



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**PROPUESTA DIDÁCTICA BASADA EN LA MODELACIÓN CON EL USO DEL
SOFTWARE MINIMAT PARA LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN LINEAL**

JANNET PATRICIA FRANCO GARCÍA

**Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2018**

**PROPUESTA DIDÁCTICA BASADA EN LA MODELACIÓN CON EL USO DEL
SOFTWARE MINIMAT PARA LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN LINEAL.**

JANNET PATRICIA FRANCO GARCÍA.

**Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.**

**Director:
Diego Esteban Agudelo Suárez
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.**

**Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2018**

DEDICATORIA O LEMA***A mi madre***

*Por su amor y acompañamiento
incondicional.*

A mi familia

*Por brindarme una voz de aliento en los
momentos en los que más lo necesitaba.*

Agradecimientos

En primera instancia agradezco a Dios y al universo por permitir que se dieran las óptimas condiciones y el espacio para estudiar la maestría.

A mi madre quien ha sido una fuente de motivación e inspiración para continuar con los estudios de postgrado.

Al magister en Ciencias Exactas y Naturales Diego Esteban Agudelo Suárez por su colaboración y dedicación.

A la Institución Educativa José Antonio Galán por brindarme el espacio para realizar la intervención y a los estudiantes de 9º -1 por su disposición y empeño para participar en el desarrollo de la propuesta.

Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta didáctica para la enseñanza de la función lineal en el grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán. Se parte de un diagnóstico en el cual se identifican las causas que han generado un bajo desempeño con respecto al tema en mención, posteriormente se diseña la propuesta y se lleva a cabo la intervención en el aula por medio de una secuencia didáctica conformada por una serie de guías abordadas desde los cuatro pasos del ciclo de la modelación matemática: Comprensión de la tarea, establecimiento del modelo, usando matemáticas y explicación del resultado de los autores Blum & Borromeo (2009). Finalmente a través del desarrollo de las guías y del uso del software Minimat se determina el alcance del presente trabajo evidenciándose que la mayoría de los estudiantes modelaron situaciones de su contexto de variación lineal, lo cual indica que la modelación matemática y el software Minimat generan una estrategia que contribuye a la enseñanza de la función lineal.

Palabras claves: Propuesta didáctica, modelación matemática, función lineal, secuencia didáctica.

Abstract.

In this paper we present a didactic proposal for the teaching of the linear function in the ninth grade of the José Antonio Galán Educational Institution. It starts from a diagnosis in which the causes that have generated a low performance with respect to the subject in question are identified, later the proposal is designed and the intervention is carried out in the classroom by means of a didactic sequence conformed by a series of guides approached from the four steps of the mathematical modeling cycle: Understanding of the task, establishment of the model, using mathematics and explanation of the results of the authors Blum and Borromeo (2009). Finally, through the development of the guides and the use of the Minimat software, the scope of the present work is determined, evidencing that the majority of the students modeled situations in their context of linear variation, which indicates that the mathematical modeling and the Minimat software generate a strategy that contributes to the teaching of the linear function.

Keywords: Didactic proposal, mathematical modeling, linear function, didactic sequence

Contenido

Resumen	v
Abstract	v
Introducción	10
 CAPÍTULO 1. DISEÑO TEÓRICO	 12
1.1 Descripción del problema.....	12
1.1 Formulación de la pregunta.....	14
1.2 Justificación.....	14
1.3 Objetivos	16
1.3.1 Objetivo General	16
1.3.2 Objetivos específicos.....	16
1.4 Marco referencial	17
1.4.1 Referentes antecedentes	17
1.4.2 Referente teórico	20
1.4.2.1 El constructivismo y el aprendizaje significativo	20
1.4.2.2 La modelación matemática.....	22
1.4.2.3 Las secuencias didácticas	26
1.4.2.4 Las Tics y la enseñanza	27
1.4.3 Referente Conceptual – Disciplinar	28
1.5 Referente Legal	31
1.6 Referente Espacial.....	32
 CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO: INVESTIGACIÓN APLICADA	 35
2.1 Paradigma crítico-social	35
2.2 Tipo de investigación	36
2.3 El Método.....	36
2.4 Instrumento de recolección de información y análisis de la información.....	39
2.5 Población y muestra	39
2.6 Delimitación y alcance	40
2.7 Cronograma	40
 CAPÍTULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN.....	 43
3.1 Resultados y Análisis de la intervención.....	43

3.1.1 Prueba diagnóstica y Análisis de los resultados	43
3.2 Propuesta de intervención	47
3.2.1 Estructura de la secuencia didáctica	47
3.3. Análisis de las actividades de la secuencia	52
3.3.1 Análisis de las actividades de la semana uno.	52
3.3.2 Análisis de las actividades de la semana dos.	52
3.3.3. Análisis de las actividades de la semana tres	55
3.4 Análisis de las actividades de la semana cuatro	56
3.5 Test final.....	57
3.5.1 Estructura del test final.....	57
3.4.2 Análisis de resultados del test final del grupo 9-1 y 9-2	59
3.4.5 Aportes del laboratorio de matemáticas Minimat	70
3.5 Conclusiones	73
3.6 Recomendaciones	75
Bibliografía.....	76
Anexos.....	80

Listado de figuras

Figura 1. El ciclo de modelación de Blum y Borromeo.....	24
Figura 2. El ciclo de modelación de Blum y Borromeo resumido en 4 pasos	26
Figura 3. Gráfica de una función lineal.....	31
Figura 4. Distancia recorrida por un móvil que viaja a velocidad constante	38
Figura 5. Entorno Minimat.....	38
Figura 6. Resultados del diagnóstico grupos 9-1 y 9-2.....	44
Figura 7. Pregunta 2 del test de conocimientos previos.....	45
Figura 8. Resultados del diagnóstico, preguntas 1 a 5 de los grupos 9-1 y 9-2	46
Figura 9. Pregunta 2 de la guía el salario de un conductor de 041 A.....	56
Figura 10. Entorno de la calculadora Minimat en el que se visualizan las zonas de edición intervalo, paso, deci, símbolo, función y rango de la versión 2016	56
Figura 11. Resultados del test final de los grupos 9-1 y 9-2	59
Figura 12. Resultados del test final del grupo 9-1.....	60
Figura 13. Resultados del test final del grupo 9-2.....	61
Figura 14. Respuestas de algunas preguntas del test final del estudiante Darwin de 9-1.	64
Figura 15. Opción tabla y poligonal del laboratorio Minimat.....	70
Figura 16. Zona e de edición del programa Minimat.....	71

Listado de tablas

Tabla 1. Normograma	31
Tabla 2. Fases de Planificación de Actividades	41
Tabla 3. Cronograma.....	42
Tabla 7. Desempeños y actividades de las semanas 1 a 4 de la secuencia didáctica	49
Tabla 8. Clasificación desde los usuarios de Comfama según el número de salarios devengados 2017	58
Tabla 9. Precio de la tiquetera (4 ingresos) del gimnasio Comfama de Aranjuez	58

Listado de anexos

Anexo A. Prueba diagnóstica (Pretest)	80
Anexo B. Prueba Final (Evaluación final).	83
Anexo C. Test final de la estudiante Deisy de 9-1	85
Anexo D. Test final del estudiante Juan Pablo de 9-1.	86
Anexo E. Test final del estudiante Jian Carlos de 9-2.	87
Anexo F. Test final del estudiante de 9-2 Daniel.....	88

Anexo G. Secuencia didáctica.....	89
Actividades de Aprendizaje Autónomo.	96
Anexo H. Situación de intervención 1: La ruta de buses 041A de la comuna Aranjuez.	98
Anexo I. Situación de intervención número 2: El consumo de agua en los baños.....	100
Anexo J. Situación de intervención número 3: El reciclaje de botellas PET1 y tapas.....	102

Introducción

Las funciones de variable real son un tema de gran interés en la secundaria y en la educación superior, porque son la base para el inicio del cálculo, tienen un amplio uso en otras ciencias como la física y la química, entre otras. Sin embargo se ha notado que si se aborda el concepto de la manera en que la presentan la mayoría de los libros de texto, en los cuales se define como una regla que asigna a cada elemento $x \in X$ un elemento $y \in Y$, pierde significado para el estudiante, por ser un concepto muy abstracto. Esto repercute en los procesos de modelación de situaciones de cambio lineal a los que se enfrenta el aprendiz.

Contrario a la enseñanza tradicional en este trabajo se estructura una propuesta didáctica basada en la modelación con el uso del software Minimat para la enseñanza de la función lineal, se propone estudiar el concepto a partir de una secuencia didáctica empleando los pasos del ciclo de modelación de Blum y Borromeo (2009) aplicado a tres situaciones del contexto de los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Galán:

1. La ruta de los buses 041 A de la comuna Aranjuez, de la cual hacen uso los estudiantes y la comunidad educativa en general.
2. El consumo de agua en los baños de las niñas y de los niños de la jornada de la mañana.
3. El reciclaje de botellas PET1 y de las tapas de las bebidas que se consumen en una semana durante el descanso de la jornada de la mañana.

Se busca que los discentes modelen las situaciones anteriores para llegar así a la construcción del concepto de función lineal y sus diversas representaciones, además se emplea el laboratorio matemático Minimat para tabular y modelar gráficamente las funciones asociadas a las situaciones mencionadas y a otras que son complementarias. Minimat es un software libre que ofrece un entorno amigable al estudiante, gracias a la facilidad de acceso, al uso de comandos y a la interfaz que permite el uso de diversos colores.

Esta propuesta está estructurada en cuatro grandes sesiones a saber que se describen grosso modo a continuación:

Los aspectos preliminares: en este apartado se realiza una descripción del problema haciendo énfasis en el bajo desempeño que tienen los escolares al resolver situaciones de cambio lineal, con base en esto se elabora la justificación y los objetivos a alcanzar.

La segunda sesión está dada por el marco referencial, el cual contempla los diferentes referentes: el antecedentes, el teórico, el conceptual – disciplinar, el legal y el espacial en los tres primeros se contemplan las distintas teorías que avalan la propuesta, como lo son el aprendizaje significativo de David Ausubel, el ciclo de modelación de Blum Borromeo y los documentos rectores del Ministerio de Educación Nacional(MEN), entre otros, mientras que el espacial brinda información detallada sobre las características de la población en la que tiene lugar el problema en cuestión.

En la tercera sesión denominada diseño metodológico se recurre al método de la investigación acción educativa de carácter principalmente cualitativo, sin embargo se emplean algunos datos cuantitativos que son relevantes y que le dan un tinte mixto al método, asimismo se hace una descripción de la población y muestra en la que se lleva a cabo la propuesta, así como también se plantea el cronograma de actividades y los instrumentos de evaluación.

En la etapa cuatro llamada trabajo final se plantea la intervención en el aula por medio de la secuencia didáctica detallada al principio de esta introducción, se establecen los resultados y los respectivos análisis obtenidos a través del test de conocimientos previos, de las actividades aplicadas y del test final de conocimientos que la componen.

La última etapa corresponde a las conclusiones y recomendaciones que surgen a partir de la aplicación de la propuesta de enseñanza, en esta se rescata la pertinencia de su aplicación y se dan indicios sobre los posibles ajustes para la realización de los trabajos futuros.

CAPÍTULO 1. DISEÑO TEÓRICO

1.1 Descripción del problema

Se ha observado que los estudiantes del grado noveno no han alcanzado un aprendizaje significativo respecto a la función lineal, una posible causa son los métodos tradicionales de enseñanza en los que el concepto de función ha sido transmitido de manera teórica, como algo acabado, como una regla que se establece entre elementos de dos conjuntos X e Y , siguiendo paso a paso la manera en que lo presentan los libros de texto, sin dar espacio para la reflexión y el razonamiento matemático. Visto de este modo, el papel del estudiante se reduce a la de un receptor pasivo, quien debe memorizar y aplicar una serie de algoritmos, en los que escasamente identifica sin interpretación algunos parámetros como la pendiente y el intercepto con el eje y de una función dada. Según el (Ministerio de Educación Nacional, 2017), para que el aprendizaje escolar de las matemáticas sea efectivo se requiere que:

Tanto lo que se aprende como la calidad de lo que se aprende implica que en la clase de matemáticas se promueva el hacer actividad matemática y se consoliden comunidades en las que los estudiantes aprendan a pensar matemáticamente de tal manera que construyan conocimiento relevante y útil para el abordaje y solución de situaciones problema en contextos propios de la disciplina, otras disciplinas y la vida cotidiana. Esta visión trasciende la memorización de reglas, hechos y propiedades (MEN, 2017)

Conforme a lo expuesto por el MEN en clase de matemáticas el protagonista es el estudiante, quien juega un papel activo en su aprendizaje al abordar situaciones problema de su entorno, de las matemáticas o de otras disciplinas en los que la memorización pasa a un segundo plano y en las que el trabajo en equipo son un complemento esencial. Respecto a la dificultad que existe con el concepto de función vemos que (Posada & Villa, 2006) exponen:

En las escuelas Colombianas permanecen dificultades propias del álgebra escolar; en particular conceptos como: variable, constante, parámetro, relación de igualdad en sus diferentes significados, traducción de un problema dado en lenguaje natural al lenguaje simbólico algebraico, ecuación, fórmula, función, entre otros propios del álgebra, no han tenido sentido apropiado ni como objeto matemático, ni como herramienta para el desarrollo del pensamiento matemático, salvo únicamente con el objetivo de la solución de ecuaciones (generalmente algebraicas) y consecuentemente, desde esta perspectiva, lo fundamental en el álgebra escolar, ha sido el privilegio de técnicas algorítmicas para solucionarlas (p. 37).

De acuerdo a lo anterior el papel del álgebra escolar se ha reducido a la solución de ecuaciones por medio de algoritmos y se han descuidado procesos de pensamiento que son importantes en el momento de construir el concepto de función. Al no permitírsele al estudiante la construcción del concepto, se le priva de la habilidad para desarrollar el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, hecho que impide la modelación de situaciones de su entorno que varían de forma lineal tanto en matemáticas (análisis de funciones, derivadas, ...) como en el área de ciencias naturales, particularmente en física (cinemática, la ley de Robert Hooke, el movimiento ondulatorio, la ley de Ohm, entre otros), es claro que en la modelación matemática, el escolar recurre a la matematización de situaciones en las que identifica las variables que intervienen y la relación entre estas, lo que favorece el aprendizaje escolar de las matemáticas que plantea el MEN.

La importancia del concepto de función y sus diferentes formas de representación está sustentada en una de las evidencias de aprendizaje que se promueven desde los derechos básicos de aprendizaje de las matemáticas volumen 2 para el grado 9: “Interpreta expresiones numéricas, algebraicas o gráficas y toma decisiones con base en su interpretación” (Ministerio de Educación Nacional., 2015), para dar cumplimiento a esta evidencia es prioridad que algunos de los estudiantes del grado noveno de la Institución superen las dificultades respecto al concepto de función incluyendo la interpretación del significado de la pendiente al graficar una función lineal, además les cuesta determinar las variables asociadas a la situación, la relación de dependencia o independencia entre las mismas, la expresión matemática que las relaciona y como efecto no se evidencia la adquisición del concepto de función lineal. Si esta deficiencia persiste se corre el riesgo de seguir obteniendo desempeños bajos tanto en las pruebas internas como externas que se aplican en la Institución.

Para dar solución al problema se requiere hacer una búsqueda de información y de estrategias que posibiliten el diseño y aplicación de una propuesta de enseñanza que permita superar las debilidades de los estudiantes.

1.1 Formulación de la pregunta

¿Qué estrategia de enseñanza favorece el aprendizaje significativo de la función lineal en el grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán?

1.2 Justificación

El estudio de las funciones es de gran importancia y está contemplado en los lineamientos curriculares de matemáticas como una “herramienta de conocimiento necesaria para enlazar patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio.” MEN (1998) en ese sentido, a través de estas se pueden analizar diversos fenómenos que varían en nuestro entorno, tales como el cambio climático, la variación del dólar, las ganancias obtenidas en la venta de un producto, el salario devengado según el número de horas laboradas, el suministro de un medicamento según el peso de una persona, la velocidad de una partícula con movimiento rectilíneo uniforme, entre otros.

La comprensión de las situaciones mencionadas, en especial las últimas cuatro, cuya variación es lineal, permite establecer relaciones de dependencia entre las variables y de proporcionalidad entre las mismas, así mismo posibilita realizar predicciones que conducen a anticipaciones frente al cambio de un determinado fenómeno.

Los Derechos Básicos de aprendizaje de matemáticas volumen 2, también establecen la relevancia que tiene el estudio del concepto de función. Esto queda expreso en el DBA 2 del grado 9: “Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones” MEN (2016), estos derechos están incluidos dentro del plan de área de matemáticas de la Institución, el cual es coherente con el PEI de la misma.

Otra razón por la cual en este trabajo se aborda el concepto de función son los resultados obtenidos por la Institución Educativa en las pruebas saber realizadas por el ICFES en los años 2014, 2015 y 2016, estas reflejan que en promedio el 30,1% de los estudiantes tiene un

desempeño insuficiente en el área de matemáticas, producto entre otras dificultades de los débiles procesos en el componente Numérico-variacional (este pensamiento contempla el concepto de función) que han tenido los escolares. Por lo tanto es prioridad el estudio del concepto de función lineal que posibilite a los estudiantes obtener un mejor desempeño tanto en matemáticas, como en física y por lo tanto en las diversas pruebas que presentan, dentro y fuera de la Institución.

La manera tradicional en la que se ha enseñado el concepto de función, en particular el concepto de función lineal, no ha permitido evidenciar un aprendizaje significativo dentro del aula. Por esta razón se hace necesario propiciar aprendizajes no memorísticos a partir de los procesos generales de las matemáticas planteados en los lineamientos curriculares publicados por el MEN (1998): “Formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos”. Estos procesos se requieren para ser competente en matemáticas: “pues ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de esos procesos generales, en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencia” MEN (1998).

Nótese que para el MEN la modelación es considerada como proceso de pensamiento, mientras que los autores (Biembengut & Hein, 2004), expresan: “Es fundamental, cada día, obtener nuevos conocimientos y habilidades en la aplicación y socialización de ellos” (p. 47). Y con ese pretexto, la modelación matemática viene siendo muy defendida como método de enseñanza. Para estos autores la modelación es un método de enseñanza, y para (Berrio, Bustamante, Ocampo, Osorio, & Villa, 2008), es una estrategia de enseñanza:

La modelación matemática, más que una herramienta para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un “micromundo” (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real (p.4)

Considerando los beneficios que aporta la modelación en la enseñanza se plantea una propuesta de enseñanza sobre la función lineal, la cual cobra significado, porque busca formar a los estudiantes para que sean capaces de modelar situaciones cotidianas a partir de la aplicación

de una serie de pasos propios del método científico; tales como la observación, la elaboración de hipótesis, la generalización, la discusión, la toma de decisiones y la comunicación con un lenguaje matemático a través del uso de herramientas tecnológicas, como lo es el software Minimat. Acciones que a su vez contribuyen a la formación de personas críticas, responsables y autónomas que buscan soluciones en un mundo que es cada vez más complejo y competitivo.

Como muchos fenómenos de la vida diaria de los estudiantes están asociados a la función lineal, se va a utilizar la modelación como proceso para matematizar algunas situaciones y contribuir así con la enseñanza de la función. La modelación es un proceso presente en la actividad matemática, y está enmarcada dentro del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos. Estos últimos se encargan del estudio del cambio y la variación. Se espera que los estudiantes de grado noveno aprendan a interpretar situaciones de cambio lineal, identifiquen y nombren las variables que intervienen, establezcan las relaciones de dependencia entre las mismas, tabulen y grafiquen datos con el uso del software minimat, modelen el fenómeno a partir de la expresión matemática correspondiente y además realicen predicciones sobre situaciones relacionadas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Favorecer el aprendizaje significativo de la función lineal a través de la modelación matemática con el uso del software Minimat en el grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán.

1.3.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar el desempeño inicial de los estudiantes de grado noveno en la comprensión de los conceptos previos asociados a la construcción del concepto de función lineal por medio de un pretest.

- Diseñar la estrategia didáctica basada en la modelación matemática con el uso del software minimat utilizando experiencias del entorno del estudiante que varían en forma lineal.

- Aplicar la estrategia didáctica para alcanzar el aprendizaje significativo de la función lineal en el grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán.

- Evaluar los resultados obtenidos con la aplicación de la propuesta didáctica a través de un test final a la luz de la teoría de la modelación matemática.

1.4 Marco referencial

Este marco es el sustento desde los diferentes teóricos que sirven de aval de la propuesta de enseñanza sobre la función lineal, está compuesto por los diferentes referentes a saber: el de antecedentes, el teórico, el conceptual-disciplinar, el legal y por último se encuentra el espacial, en términos generales se parte de una revisión sobre algunos trabajos previos relacionados con esta propuesta, las teorías que la sustentan desde la enseñanza y el aprendizaje, los conceptos más relevantes que involucra, así mismo se presenta una síntesis sobre las normativas que la rigen y por último se realiza una descripción del contexto en el cual será aplicada la propuesta didáctica

1.4.1 Referentes antecedentes

En esta sección se relacionan algunos trabajos previos sobre la enseñanza de la función lineal que han publicado algunos autores, con el fin de observar el impacto generado dentro del campo educativo en el ámbito nacional e internacional.

En el ámbito nacional (Muñoz, et al., 2012), diseñó e implementó una estrategia de enseñanza aprendizaje sobre la función lineal en el grado 9 modelando situaciones problemas por medio de herramientas tecnológicas, tales como: la plataforma Moodle, power point, Excel y las animaciones en flash, para esto seleccionó 2 grupos: uno experimental en el que se desarrolló la propuesta por medio de herramientas tecnológicas y otro de control en el que se enseñó el concepto de manera tradicional. Después de aplicar la propuesta encontró que en el grupo experimental hubo un mejor rendimiento porque se logró mantener el interés y la motivación de los estudiantes frente al estudio de las matemáticas. El autor resalta la importancia de la creación de wikis, el uso de las animaciones en flash y de power point para contribuir en la enseñanza y sugiere articular el área de tecnología con las demás áreas de conocimiento.

Por su parte (Montoya , 2015), también realizó una propuesta de enseñanza de la función lineal para el grado 9 a partir del uso de geogebra, software que permite trabajar conceptos previos como: puntos, segmentos de recta, pendiente, graficar una recta a partir de dos puntos dados, entre otros y del juego Algebra vs Cockroaches (álgebra contra cucarachas) para establecer la pendiente y por lo tanto la ecuación lineal que se genera según el movimiento de los insectos. El propósito era identificar los aportes de las TIC en la comprensión y en la aplicación del concepto de función lineal. (Montoya , 2015), resalta la incidencia significativa del software geogebra frente al uso de la tiza y el tablero para aprender los conceptos relacionados con el tema en mención porque se logra mantener el interés y la concentración de los escolares durante la realización de las actividades planteadas.

Por último en el ámbito nacional (Soto., 2015), aplicó una propuesta metodológica para enseñar la función lineal a estudiantes de grado once de Concordia (Antioquia), empleó la cuenta de servicios públicos de los escolares, entre otras situaciones para modelar funciones lineales. Por medio de la propuesta buscaba fortalecer el pensamiento variacional, para tal fin resalta la importancia del trabajo colaborativo empleando secuencias didácticas. Además sugiere el uso de las TIC para trabajos futuros y el estudio de las funciones lineales en la básica secundaria, igualmente expresa la importancia de la modelación para abordar otras funciones polinómicas de grado superior.

En el ámbito internacional (Zúñiga, 2009), elaboró un estudio con los estudiantes de cálculo I de la universidad de Honduras (Tegucigalpa) para determinar cómo los discentes visualizan el concepto de función y que capacidades tienen para llevar acabo la conversión entre sus diferentes formas de representación. A través de éste trabajo se evidenció que la mayoría de los estudiantes tienen dificultad en la comprensión del concepto y en sus diferentes representaciones, que en gran medida solo reconocen la función por medio de una expresión algebraica, no identifican las variables que intervienen y el criterio más empleado para determinar si una gráfica dada corresponde a una función es a través de la prueba de la recta vertical. Además Melba asegura que las dificultades mencionadas disminuyen en la medida en la que los estudiantes se encuentran con situaciones que les son familiares, es decir, que son de su contexto.

Por su parte (Duran, 2014), hizo un estudio en la universidad de Cuenca Ecuador sobre la implementación de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la función lineal para los estudiantes de grado sexto. En éste reconoce el impacto de estas herramientas para producir aprendizajes en el aula, aumentar la motivación, la curiosidad y la búsqueda autónoma del conocimiento por parte de quien aprende.

Finalmente (Meseguer, 2016), en su tesis de maestría: *“El aprendizaje y enseñanza de funciones y gráficas en 3° de ESO (Educación Secundaria Obligatoria) mediante la metodología basada en el trabajo cooperativo”* resalta el nivel de socialización y la comprensión de los conceptos correspondientes a la función lineal por parte de los estudiantes, también encuentra que el trabajo cooperativo también es de gran acogida por parte de los docentes quienes afirman que contribuye en el aprendizaje del concepto; sugiere aplicar la metodología de trabajo a otros bloques de matemáticas y a otros cursos de tal manera que se puedan obtener más conclusiones sobre los beneficios encontrados. Esta tesis agrega un elemento nuevo que no hace parte de esta propuesta de enseñanza y es el trabajo cooperativo.

Comparando las propuestas de los autores anteriores y la que se plantea en el presente trabajo se encuentran algunas semejanzas y diferencias. En la mayoría se hace el uso de software libre con el fin de contribuir en el aprendizaje y la comprensión del concepto de función lineal, además algunos de los autores como: (Muñoz, et al., 2012), (Soto., 2015), (Zúñiga, 2009) y la propuesta en desarrollo contemplan situaciones del entorno de los escolares. Sin embargo en ninguno de los trabajos se emplea el ciclo de la modelación matemática de los autores (Blum & Borromeo, 2009), el cual si hace parte de este trabajo.

A modo de conclusión después de revisar los antecedentes se establece que la mayoría de los autores al aplicar sus propuestas determinaron que la tecnología influye positivamente en la motivación de los estudiantes frente al estudio de las matemáticas y recomiendan el estudio de situaciones del contexto para repercutir significativamente en el aula.

En esta propuesta se recurre a la modelación matemática como estrategia de enseñanza para

matematizar entre otras, tres situaciones del entorno del estudiante en las cuales se sugiere aplicar el ciclo de la modelación de los autores (Blum & Borromeo, 2009), con el objetivo de modelarlas a partir de una función de variación constante empleando el software Minimat para graficarlas y encontrar generalidades, en esencia estos elementos son los que la hacen diferente de los demás trabajos referenciados.

1.4.2 Referente teórico.

1.4.2.1 El constructivismo y el aprendizaje significativo.

Los paradigmas psicopedagógicos son fundamentales para enfrentar los problemas de la práctica educativa, permiten el análisis, la comprensión y la posible solución de situaciones a las que se enfrenta el docente día a día. Un maestro profesional del siglo XXI conoce los diferentes paradigmas y se apropia de uno de estos o construye uno propio que tenga validez científica y que le permita mejorar su práctica.

Con la llegada de la era de la información, se requiere de la apropiación y desarrollo en el aula de nuevos paradigmas que posibiliten el acceso al saber de manera efectiva. El constructivismo es una de las respuestas, bajo la premisa de que el conocimiento es una construcción del ser, la cual no es exactamente fiel a la realidad, sino que depende de la experiencia o de las representaciones mentales de quien aprende como sujeto activo.

El constructivismo cumple su papel, teniendo como base el aprendizaje significativo entendido como: para (Rodríguez, 2004) “El proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal” (p.2). Existen dos aspectos importantes que David Ausubel considera dentro de su teoría a la hora de producir un aprendizaje significativo:

1. Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea, predisposición para aprender de manera significativa.
2. Presentación de un material potencialmente significativo. Esto requiere:
 - Por una parte, que el material tenga significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva.
 - Y, por otra, que existan ideas de anclaje o subsumidores adecuados en el sujeto que

permitan la interacción con el material nuevo que se presenta. (p.2)

De acuerdo a los dos aspectos mencionados existe una responsabilidad compartida entre el docente y el estudiante (en menor grado) en la adquisición del aprendizaje significativo. El docente es el encargado de explorar los conocimientos previos de sus discentes los cuales se convierten en ideas clave (en los conceptos subsumidores) para la construcción o el descubrimiento de los nuevos saberes, igualmente el maestro es quien prepara los materiales respectivos para el aprendizaje cuidando de que estos sean interesantes y razonables para el estudiante, este último requiere de una predisposición para aprender, es decir, debe querer aprender e involucrarse como sujeto activo de sus procesos.

Con la propuesta de enseñanza se busca conseguir un aprendizaje significativo respecto a la función lineal, explorando en una primera instancia algunos conceptos previos importantes como: par ordenado y su representación en el plano cartesiano, magnitudes directamente proporcionales, llenado de tablas de valores, operaciones básicas entre números reales, valor numérico de una expresión algebraica, traducción del lenguaje común al algebraico, entre otros, estos conceptos son fundamentales en el estudio de las funciones.

Se construirá el concepto de función lineal paso a paso a partir de situaciones del entorno de los estudiantes, estas situaciones formarán parte de una secuencia didáctica (material potencialmente significativo) que será abordada dentro del aula y estará mediada por el uso de herramientas tecnológicas como base fundamental para el aprendizaje y el logro de los objetivos propuestos.

Para garantizar o aproximarnos lo mejor posible al planteamiento anterior se requiere planificar una estrategia de enseñanza, las estrategias de enseñanza la define (Ajinovich & Mora, 2009) como:

El conjunto de decisiones que toma el docente para orientar la enseñanza con el fin de promover el aprendizaje de sus alumnos. Se trata de orientaciones generales acerca de cómo enseñar un contenido disciplinar considerando qué queremos que nuestros alumnos comprendan, por qué y para qué (p.4)

Estas estrategias se llevan a cabo en dos dimensiones a saber: la dimensión de la reflexión referida a la planificación como tal, en el cual el docente tiene en cuenta el contexto de sus estudiantes, selecciona las actividades, los recursos y los contenidos del currículo a emplear y la dimensión de la acción en la cual se llevan a feliz término las decisiones tomadas en la primera dimensión, esto le permitirá al docente pensar en cómo sus alumnos aprenden, cuáles son las habilidades y conocimientos que requiere alcanzar en el aula, teniendo en cuenta que el aprendizaje es un proceso continuo, dinámico, que se evalúa constantemente con el fin de refinar cada vez más la práctica educativa.

Después de seleccionar la estrategia de enseñanza, el docente se concentra en el tipo de actividades que quiere aplicar para conseguir el aprendizaje deseado, cuidando la calidad, la cantidad y la secuencia que seguirá en dicho proceso.

La estrategia metodológica para desarrollar la propuesta didáctica es la modelación, en las siguientes líneas se amplía la información sobre esta estrategia así mismo se hace referencia a las secuencias didácticas y al laboratorio matemático Minimat empleado en esta propuesta de enseñanza.

1.4.2.2 La modelación matemática

De acuerdo a (Villa, 2007), la modelización matemática es entendida en el campo científico como el proceso a través del cual se crea un modelo. Por su parte (Biembengut & Hein, 2004), llaman a la modelización matemática modelaje matemático, la definición que plantean es básicamente idéntica a la que propone (Soto., 2015) adicionalmente a esto sostienen que en dicho proceso se requiere de creatividad para interactuar con el contexto, tener el conocimiento matemático requerido y elegir las variables adecuadas para el estudio.

Por modelo matemático según (Biembengut & Hein, 2004) se entiende: “Al conjunto de símbolos y relaciones que traducen de alguna manera, un fenómeno en cuestión o un problema realista.” (p.2). El modelo representa la realidad o por lo menos es una simplificación de esta, sirve para prever y predecir el comportamiento de otros fenómenos asociados que ocurren bajo las mismas condiciones.

Cuando se trata de educación, la modelización es más simple es entendida como un proceso matemático que parte de una situación real, que se estudia con el objeto de ser simplificada y matematizada, la modelación se define según Treffers y Goffree citado por el (MEN, 1998) *“una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas”*.

La modelación brinda al docente una estrategia didáctica que le permite abordar un concepto de manera no tradicional en el aula, fortalece el pensamiento crítico y reflexivo de los escolares, aumenta la motivación frente al estudio de la asignatura y posibilita ver la relación que se da entre la matemática y el mundo real.

El modelaje sirve de puente entre el mundo real y las matemáticas (Biembengut & Hein, 2004). Para la aplicación de la propuesta de enseñanza basada en la modelación de la función lineal los estudiantes inician con una toma de datos sobre la situación de su entorno, es decir, parten del mundo real, identificando los elementos de su interés para ser analizados, nombran las variables, hacen cálculos, determinan la razón de cambio y finalmente establecen el modelo, el cual “puede ser formulado en términos familiares, tales lo expresa (Biembengut & Hein, 2004), “Expresiones numéricas o fórmulas, diagramas, gráficos o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas computacionales, etc.”(p.3). Además el modelo deberá ser puesto a prueba para verificar su validez. En esta serie de pasos los estudiantes se cuestionan, generan diálogos con el saber, con sus pares, establecen hipótesis, construyen significados e interpretan su contexto.

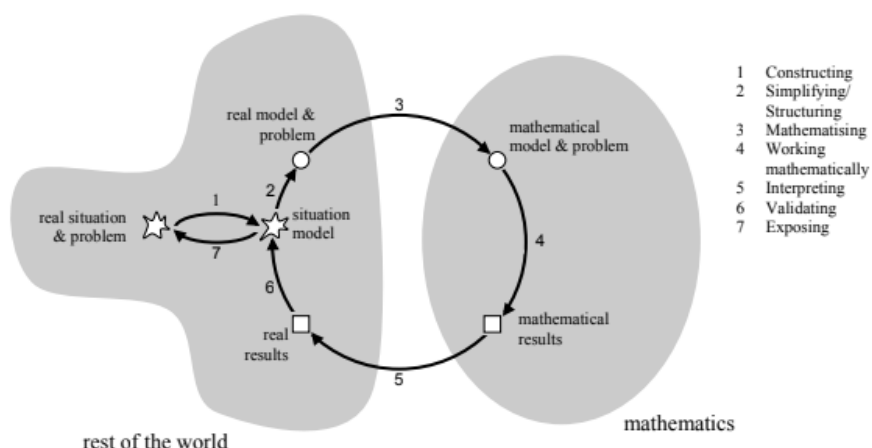
La modelación desarrolla habilidades para el trabajo individual e independiente del estudiante, porque es el quien pone a prueba todas sus competencias para enfrentar la tarea asignada, es quien selecciona la información relevante para resolver la situación, realiza los cálculos y los razonamientos necesarios, en este caso no es el docente el que entrega las respuestas, sino que este último se convierte en una guía que hace las preguntas adecuadas para que los discentes cumplan con su papel, identifiquen las variables, la relación entre estas y el modelo que las representa. Para llevar a cabo la realización de las tareas de modelaje se recomienda hacer uso del llamado ciclo de modelación, propuesto por (Blum & Borromeo,

2009), conformado por 7 pasos:

1. Comprensión de la situación
2. Simplificación y estructuración
3. Matematización
4. Trabajo matemático
5. Interpretación
6. Validación
7. Exposición

El ciclo de modelación se ilustra en el siguiente esquema:

Figura 1. El ciclo de modelación de Blum y Borromeo



Fuente: (Blum & Borromeo, 2009)

El ciclo ilustrado es empleado en investigaciones, grosso modo requiere que el investigador comprenda la situación, elija las variables, los datos relevantes que conduzcan a la simplificación de la situación dada inicialmente y que permita la construcción de un modelo real sobre la situación, luego a través de los procesos matemáticos transforme el modelo real en uno matemático basado en una serie de ecuaciones, posteriormente será necesario poner a prueba el modelo matemático, haciendo cálculos y volviendo al mundo real para contextualizar los resultados, en caso de no ser funcional, se puede iniciar de nuevo el ciclo de modelado, es de anotar que este no se aplica de manera lineal y pueden omitirse los pasos que se considere

necesario.

Los investigadores (Blum & Borromeo, 2009) a partir de su modelo anterior proponen un ciclo simplificado que consta de cuatro fases o pasos que sirven de guía en los procesos de modelación a los que se enfrentan los estudiantes. Las fases del ciclo son:

1. Comprensión de la tarea.

- Leer la prueba con precisión e imaginar la situación claramente
- Hacer un boceto.

2. Establecimiento del modelo (en esta fase están fusionados los 2 y 3 del ciclo anterior)

- Busque los datos que necesita: si es necesario, haga suposiciones
- Buscar relaciones matemáticas

3. Usando matemáticas.

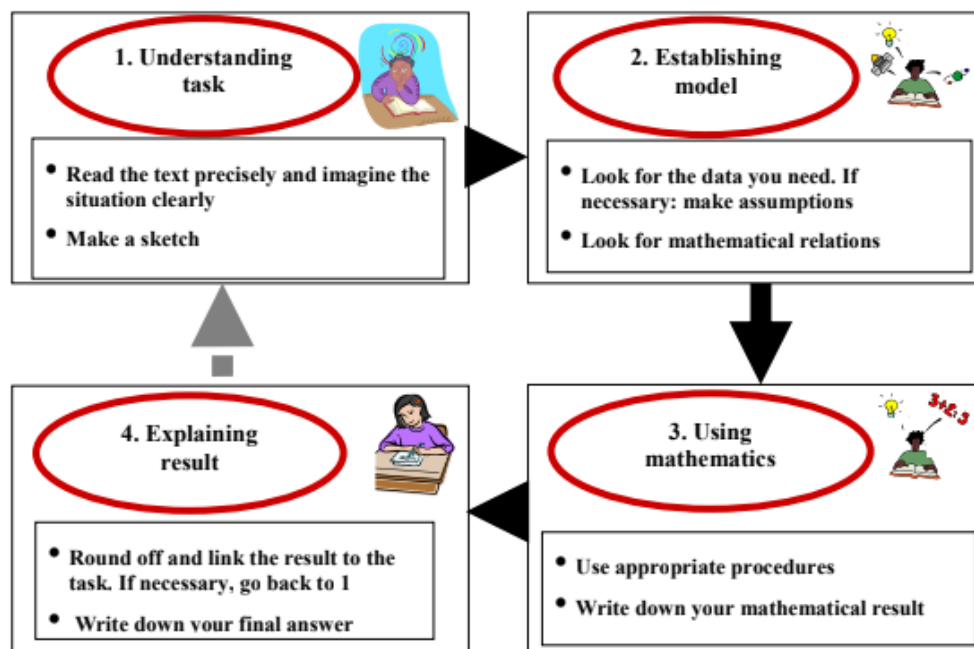
- Utilizar procedimientos apropiados
- Escriba su palabra usando matemáticas.
- Anote su resultado matemático

4. Explicación del resultado (Aquí se incluyen los pasos 5,6 y 7 del ciclo anterior)

- Redondear el resultado y vincular a la tarea.
- Si es necesario volver al paso 1.
- Anote su respuesta final.

Este ciclo se ilustra a continuación:

Figura 2. El ciclo de modelación de Blum y Borromeo resumido en 4 pasos



Fuente: (Blum & Borromeo, 2009)

Los estudiantes pueden hacer uso del ciclo sin que sea necesario seguirlo en un orden estricto, es decir, se pueden omitir algunos pasos y aplicarlo en un orden diferente al que es presentado. De acuerdo a (Blum & Borromeo, 2009), al desarrollar la competencia de modelado definida “como la capacidad de construir modelos mediante la realización adecuada de esos distintos pasos, así como para analizar o comparar determinados modelos.”(p.4) logramos que los estudiantes comprendan mejor el mundo que los rodea y puedan aportar soluciones a los problemas de la sociedad.

1.4.23 Las secuencias didácticas

Las secuencias didácticas representan un material importante para abordar la enseñanza de una manera no tradicional, planeada y organizada, estas son según (Tobón, Pimienta, & García, 2010):

Sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas (p.20)

A través de las secuencias didácticas el educador puede planear varias sesiones de clase, en estas se establece una conexión entre los conceptos lo que brinda un aprendizaje más óptimo y la interdisciplinariedad entre las áreas. La labor del estudiante es realizar concienzudamente y de manera razonada las actividades propuestas en la secuencia para acceder al conocimiento (en este caso sobre el concepto de funciones de cambio lineal) para lograr los objetivos y las competencias trazadas al principio de la misma.

La evaluación en la secuencia didáctica se abordará como un proceso continuo, constante y permanente, la cual además de ser diagnóstica, es formativa porque está presente durante todo el proceso permitiendo hacer los ajustes que se consideren necesarios, se mantendrá un diálogo permanente con los estudiantes en el cual expresen como les pareció la actividad, valore el trabajo en equipo y su contribución al mismo y será sumativa porque al final de la intervención se ejecutará el pos test sobre los conocimientos adquiridos.

1.4.2.4 Las Tics y la enseñanza

En este punto es de suma importancia referirnos al uso pertinente e intencionado de la tecnología, herramienta que ayuda a dinamizar la enseñanza, particularmente, de acuerdo a lo expresado por (Villareal, 2012):

Dentro del campo de la educación matemática, la investigación ha proporcionado evidencias de la transformación que el uso de computadoras trae para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Una de tales transformaciones es la creación de ambientes donde la matemática puede ser vivenciada como una ciencia experimental, a través de herramientas que permiten la generación y validación de conjeturas; un laboratorio matemático donde un «ensayo y error educado» fuese permitido y la visualización fuese un aliado para la comprensión matemática (p.11)

Igualmente expone el autor que a través de la tecnología se puede enseñar las matemáticas de manera experimental y no tradicional, empleando entornos gráficos, agradables a la vista de quien aprende, de fácil y quizá de uso frecuente para los escolares, por esta razón se requiere que los docentes tengan una formación en tecnología que les permita enfrentar los retos de este siglo, para que esta no sea únicamente un elemento de decoración, sino una herramienta que genere conocimiento. Además afirma que para que la tecnología cumpla con su papel, es decir, sea una

herramienta útil, el acceso a esta debe ser un derecho y se debe alfabetizar tecnológicamente a los estudiantes para que de esta forma sea aplicada en todas las actividades enfocadas en la adquisición de conocimiento como leer, escribir, resolver problemas, elaborar modelos, entre otros (Villareal, 2012).

Con respecto al uso de la tecnología (Borba & Penteado, 1993), citado por (Villareal, 2012) afirman que: "reconocer la condición mediadora de las tecnologías plantea el desafío de diseñar propuestas educativas que promuevan pensar y aprender con las TIC, creando ambientes de aprendizaje que se constituyan en escenarios de investigación y exploración y evitando caer en una domesticación de la tecnología" (p. 12)

1.4.3 Referente Conceptual – Disciplinar

El desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes inicia desde la básica primaria, se estructura y complejiza a través de los diversos grados de escolaridad, se considera que:

(...) La variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa) estos conceptos desarrollan en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático (MEN, 1998)

Se observa que la variación se asocia a los fenómenos de cambio, en los cuales prima la determinación de las variables asociadas a la situación de estudio y en las cuales es importante comprender el concepto de variable, así como el proceso de modelación. Comprender el concepto de variable es fundamental para desarrollar el pensamiento variacional y el proceso de modelación en el estudiante, generalmente en la escuela no se le da el significado e importancia suficiente, es tratado como una "simple letra" a través de la cual se pretende generalizar una situación o un problema matemático, pero que carece de sentido para el colegial y en ocasiones hasta para el docente.

Quien aprende requiere de la capacidad para interpretar, simbolizar y manipular los tres usos sobre el concepto de variable de acuerdo a (Trigueros & Ursini, 2006): "la incógnita específica, el número general y las variables en relación funcional" (p.7). Se hará un mayor énfasis en el

último uso por el aporte que este ofrece al planteamiento de la propuesta de enseñanza sobre la función lineal.

A Groso modo al tratarse la variable como incógnita se requiere que el aprendiz reconozca e identifique valores desconocidos en una ecuación o en un problema matemático y que encuentre su valor empleando las operaciones aritméticas y/o algebraicas que sean necesarias. Si se hace referencia al uso de la variable como número general se destaca la importancia entre otros aspectos de “reconocer patrones, percibir reglas y métodos en secuencias y en familias de problemas” (Escalante & Cuesta, 2012)

Al hacer uso de la variable en relación funcional implica que el estudiante sea capaz de reconocer las diversas formas de representación de una función (verbal ,gráfica, tabular, simbólica), estas representaciones también son llamadas, según (Posada & Villa,2006): “El registro de representación en lengua natural (castellano), el sistema de representación gráfica cartesiano ortogonal, el registro de representación tabular y el registro de representación simbólico”.(p.93), los cambios de la variable dependiente respecto de la independiente y viceversa, determinar el cambio de las dos variables a la vez, establecer los intervalos de cambio de una de las variables conocidos los de la otra y simbolizar una función que aparece en una situación problemática. El concepto de función involucra una relación entre dos variables denominadas variable independiente y variable dependiente. De acuerdo a (Zúñiga, 2009), entiéndase por:

Variable independiente aquella que asume valores y cambia de un valor a otro sin depender de la otra variable. La variable dependiente es aquella que también cambia pero los cambios de un valor a otro dependen de los valores de la otra variable. (p.33)

En esta propuesta se pretende llegar al concepto de función y en especial al de función lineal a partir de la modelación de situaciones de razón de cambio constante, “esta razón de cambio es la que nos permitirá aproximarnos a una interpretación alternativa de la función lineal, diferente a la conocida mirada desde la proporcionalidad directa entre dos cantidades de magnitudes”. (Posada & Villa, 2006, p.95).

En esta propuesta se hace referencia a las funciones algebraicas las más comunes son las

llamadas funciones polinómicas, como su nombre lo indica se representan por medio de un polinomio:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, a_0 \neq 0$$

Donde el entero positivo n es el grado de la función polinómica. Según (Larson, Hostleter, & Edwards, 1995), los números a_i se llaman coeficientes, siendo a_n el coeficiente dominante y a_0 el término constante de la función polinómica. Suele utilizarse notación de subíndices en las funciones polinómicas, pero para las de grados bajos, a veces se usan formas más sencillas. (p. 94)

De acuerdo a la definición anterior, la función lineal tiene la forma:

$$f(x) = a_1 x + a_0 = ax + b.$$

Sin embargo, en los últimos tiempos se ha estado haciendo cierta diferenciación entre las funciones polinómicas de grado uno $f(x) = ax$ y $g(x) = ax + b$, como funciones lineales y funciones afines respectivamente. Esta diferencia está determinada básicamente por el cumplimiento de las siguientes dos propiedades:

$$\text{Aditividad: } f(x) = f(x) + f(y)$$

$$\text{Homogeneidad: } f(kx) = kf(x) \text{ para } k \text{ constante real. (Posada y Villa 2006, p.95)}$$

(Posada & Villa, 2006) concluyen que $g(x) = ax + b$ es una función lineal y que $f(x) = ax$ es un caso particular de este tipo de funciones que ocurre cuando $b = 0$ y se conoce como transformación lineal.

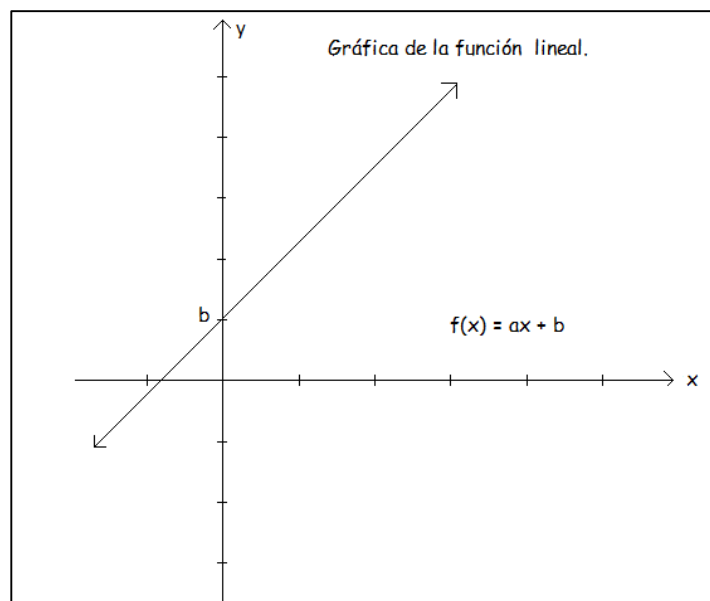
Sin embargo, si la atención es centrada no en las variables sino en los cambios de ellas obtenemos que todas las funciones de grado uno cumplen con la propiedad que $\Delta y = a \Delta x$, lo cual permitiría inferir un criterio de transformación lineal que se podría extender a todas las funciones de grado uno. (p.96)

Es así como según estos autores se puede plantear la “Interpretación del concepto de función lineal”: Se llama función lineal a la relación entre dos cantidades de magnitud cuya razón de cambio es constante” (p.96). Esta definición será empleada en la aplicación de la propuesta de

enseñanza.

La figura 5 ilustra la gráfica de una función lineal, donde a es la pendiente de la recta y b es la ordenada del intercepto con el eje y .

Figura 3. Gráfica de una función lineal.



Fuente: Elaboracion propia.

1.5 Referente Legal.

La tabla 1 presenta una síntesis de las diversas normas a nivel nacional e internacional que avalan la propuesta de enseñanza propuesta didáctica basada en la modelación matemática con el uso del software minimat para la enseñanza de la función lineal.

Tabla 1. Normograma

Ámbito internacional.	Texto de la norma
Foro Mundial sobre la Educación 2015. Incheon, República de Corea.	Visión para el año 2030: Asegurar que la educación sea de calidad y equánime, e incluya a todas las poblaciones. La educación como derecho fundamental, es un medio para superar la pobreza y vivir en sociedad.
Foro mundial sobre la educación 2000. Dakar, Senegal.	En marco de acción de Dakar. La educación al ser un derecho permite el desarrollo económico de cada país, el alcance de la paz y genera relaciones sanas entre los países. El uso de las TIC posibilita el cumplimiento del papel de la escuela.

Ámbito nacional	Texto de la norma
Constitución Política de Colombia 1991. Cap. II, Artículos: 67,70.	Artículo 67: la educación brinda a las personas el acceso a la ciencia y a la cultura Artículo 70: El estado es generador de la investigación, la ciencia y la cultura.
Ley general de educación 115 de 1994	Título I. Artículo 1. Objeto de la ley. La educación de las personas es un proceso integral y continuo que contribuye al uso de los derechos y deberes. Artículo 5. Fines de la educación. Numeral 9: La educación favorece la inteligencia crítica, posibilitando el desarrollo de un país y la superación de los problemas sociales, y económicos que posea. Modelar situaciones de cambio de acuerdo a funciones polinómicas.
Estándares básicos en competencias en matemáticas MEN 2006	
Derechos básicos de aprendizaje V2 2016	Sugiere y explica expresiones algebraicas empleando los números reales, utilizando propiedades de la igualdad y de orden para establecer el conjunto solución de relaciones existentes entre las expresiones algebraicas.
Plan nacional de desarrollo de Antioquia 2016-2019 pensando en grande.	Numeral 9.4 Componente: Educación La educación en Antioquia está relacionada con la dignidad de la persona, la gestación del proyecto de vida y la socialización entre las comunidades.
Ámbito Local.	Texto de la norma
Plan de Desarrollo Medellín Cuenta con Vos 2016-2019.	4.1. Medellín garantiza su oferta educativa. La educación en la ciudad y en el campo tiene como centro a la persona, su crecimiento ético, el acercamiento a la tecnología para establecer buenas prácticas sociales.
Plan de desarrollo local 2014 comuna 3/ Manrique.(Alcaldía de Medellín)	El cumplimiento del derecho a la educación es uno de los elementos determinantes para la medición del desarrollo socio – cultural de un territorio;
Fuente: elaboración propia	

1.6 Referente Espacial

La Institución Educativa José Antonio Galán es de carácter oficial, está ubicada en la zona nororiental, comuna tres del municipio de Medellín. Sus límites al norte son los barrios: Carpinelo, la Aldea Pablo VI, Villa Guadalupe de la Comuna 1, Popular y San Pablo; hacia el Oriente, Santa Elena (corregimiento); hacia el Occidente, se encuentran los barrios Berlín, las Esmeraldas, la Piñuela, Manrique central No.1 de la comuna 4, Aranjuez, Campo Valdés No.1; y

hacia el sur, sus límites son: Villa Hermosa, La Mansión y el Batallón Girardot de la Comuna 8 (Alcaldía de Medellín, 2014)

La población se encuentra distribuida en los estratos socioeconómicos 1, 2, y 3, presentando una mayor concentración en el estrato 2.

En el año 2014, Manrique representaba la quinta comuna más poblada de Medellín con un porcentaje del 6.54% del total de la ciudad. La población ha aumentado notoriamente debido a que sus habitantes han sido víctimas del desplazamiento forzoso en otros municipios del departamento de Antioquia. Dentro de las problemáticas más notorias en la comunidad se encuentran el uso de sustancias psicoactivas, el embarazo precoz y las bajas oportunidades laborales.

La Institución Educativa José Antonio Galán atiende a una población aproximada de 1100 estudiantes distribuidos en dos jornadas, en la mañana asisten los grados sexto a once, al igual que los dos grupos de preescolar, la jornada de la tarde está conformada por los grados de primero a quinto de primaria y por un grupo de aceleración del aprendizaje.

Para la aplicación de la propuesta se tomó el grupo noveno uno del año 2017, compuesto por 30 estudiantes, dentro de los cuales el 47% son mujeres y el 53% restante son hombres, es un grupo heterogéneo, caracterizado por tener algunas personas que ven el estudio como una oportunidad para mejorar la calidad de vida, otras por el contrario se muestran indiferentes, quizá sea producto de que la mayoría son hijas de madres solteras cabeza de hogar (las cuales adquieren el sustento para sus familias de los empleos informales), víctimas de la violencia intrafamiliar y en algunos casos de abuso sexual, de la baja tolerancia y falta de diálogo para solucionar los conflictos, dentro o fuera de sus hogares.

El estudiante de la Institución Educativa José Antonio Galán, debe ser un sujeto agente de su propia educación, con capacidad crítica y de reflexión, de tomar conciencia de sí mismo y del mundo que lo rodea, de comprometerse con su destino histórico, de ser responsable, de descubrir sus habilidades, que se adapte y transforme para bien el medio en que se desenvuelve, enfrentando las situaciones de la vida en concordancia con su formación. (PEI, 2017)

En esta propuesta el estudio de la función lineal se hará a partir de situaciones reales del mundo de los estudiantes lo que les posibilitará la comprensión y resolución de situaciones problemas similares, les permitirá desarrollar la capacidad crítica, de análisis, de toma de decisiones, de manera tal que transformen su medio y cumplan con el perfil establecido en el PEI de la Institución 2017.

CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO: INVESTIGACIÓN APLICADA

En el diseño metodológico de la propuesta didáctica sobre la función lineal se contemplan diversos aspectos como lo son el paradigma socio crítico, el tipo de investigación, el método, los instrumentos de recolección de la información y el cronograma para el desarrollo de la misma.

2.1 Paradigma crítico-social.

Esta propuesta está enmarcada dentro del paradigma crítico social y de acuerdo a (Alvarado. & García, 2008), fundamentado en:

La crítica social con un marcado carácter autorreflexivo; considera que el conocimiento se construye siempre por intereses que parten de las necesidades de los grupos; pretende la autonomía racional y liberadora del ser humano; y se consigue mediante la capacitación de los sujetos para la participación y transformación social. (p.5).

El paradigma socio crítico es empleado en el campo educativo, porque brinda al docente la posibilidad de convertirse en investigador de su propia práctica con el objetivo de dar una mirada a las problemáticas sociales, a las que se enfrenta en el aula y de buscar estrategias que le ofrezcan una solución pertinente a las mismas, esto demanda de un docente observador de su praxis, reflexivo, ético, comprometido con su profesión.

Igualmente este paradigma es el soporte perfecto para que los estudiantes puedan solventar problemas que parten de sus intereses y necesidades, hecho que los conduce a la búsqueda del conocimiento de una manera más independiente, efectiva, que repercute positivamente en la transformación de la sociedad.

2.2 Tipo de investigación

En esta propuesta se recurre a la investigación acción educativa, particularmente a la investigación acción pedagógica que le permite a los docentes a través de su quehacer (interacción social) establecer problemas de la enseñanza a la luz del saber específico y de las teorías existentes sobre la pedagogía, así mismo le brinda la alternativa de aplicar nuevas estrategias y de evaluarlas con el objeto de mejorar el saber hacer (Restrepo , 2004)

El maestro dentro de su práctica realiza adaptaciones pedagógicas permanentemente, que contemplan dos elementos de suma importancia, por un lado está el saber específico el cual está enmarcado dentro de un método y producción de ese conocimiento que gracias a la transposición didáctica se convierte en el saber enseñado en el aula y por el otro lado están las teorías pedagógicas, que le brindan la posibilidad de enriquecer su saber pedagógico, es decir, el saber hacer que se da en la relación con el que aprende, ambos elementos contribuyen a la formación del estudiante no sólo en el saber específico sino también en su formación como persona (valores, actitudes, proyección).

2.3 El Método

El método empleado en este trabajo es el crítico social; empleado en la enseñanza ,busca interpretar la realidad, la cual es subjetiva, es decir, depende de la mirada del investigador y de los sujetos que interactúan en un contexto determinado, con el fin de construir significados. El método se compone de tres momentos a saber: el diagnóstico, la elaboración de un plan de acción y la intervención en el aula y un último momento que corresponde a la evaluación y reflexión, a continuación se establece una descripción en términos generales de cada uno de estos.

El diagnóstico se elabora con base en la observación de la problemática en el aula sobre la comprensión y dominio del concepto de función, en ese análisis se planteó la pregunta de investigación centrada en la determinación de una estrategia de enseñanza que posibilitará la superación de las dificultades con el concepto estudiado, se revisaron los antecedentes y se diseñaron los objetivos correspondientes.

Como plan de acción se diseña la propuesta didáctica con el propósito de mejorar el desempeño de los estudiantes al abordar el concepto de una manera no tradicional, buscando la participación activa de los estudiantes y la motivación de los mismos.

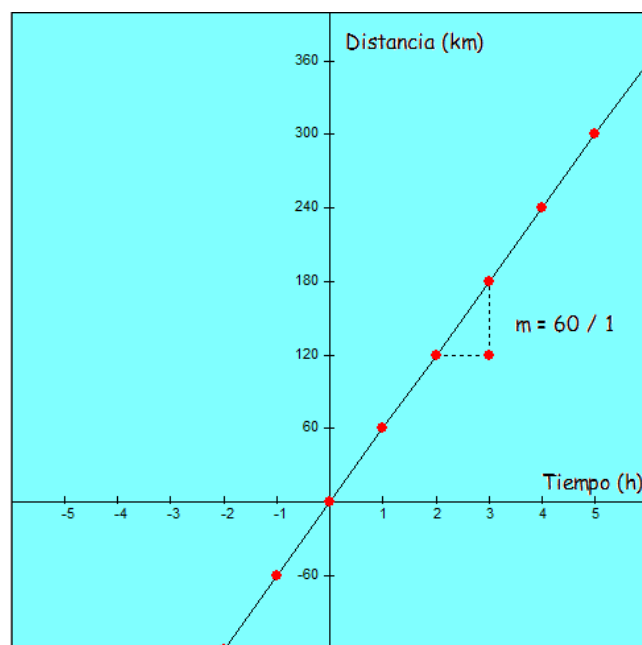
Para aplicar la propuesta didáctica sobre la función lineal, además de tener en cuenta el aprendizaje significativo, y las estrategias de enseñanza, se empleará el laboratorio de matemáticas llamado Minimat con el fin de que los estudiantes modelen gráficamente las diversas situaciones, este laboratorio ofrece un entorno gratuito y agradable de fácil manejo para sus usuarios y se define como:

Una herramienta que ayuda a profesores y alumnos de matemáticas básicas a crear situaciones pedagógicas para explicar conceptos fundamentales mediante una triple visión: una visión funcional, una tabular y una gráfica de la misma expresión. Analizar y comparar estas visiones facilitan la comprensión y aprehensión de los temas tratados (Universidad Nacional, 2016) .

Minimat es una herramienta fundamental en la construcción y representación del concepto de función como se mencionó en la definición anterior, permitirá que los discentes modelen gráficamente una función lineal, analicen la razón de cambio, realicen conjeturas y comprendan sus distintas formas de representación, a su vez se generan nuevas formas de interacción entre los estudiantes, el conocimiento y la docente.

La figura 4 fue elaborada en Minimat, ilustra la distancia que recorre un móvil que viaja a una velocidad constante de 60 km/h , en esta se puede apreciar la razón de cambio (pendiente de la recta), los ejes están nombrados y tienen una escala que va de acuerdo al cambio de la variable dependiente y la independiente.

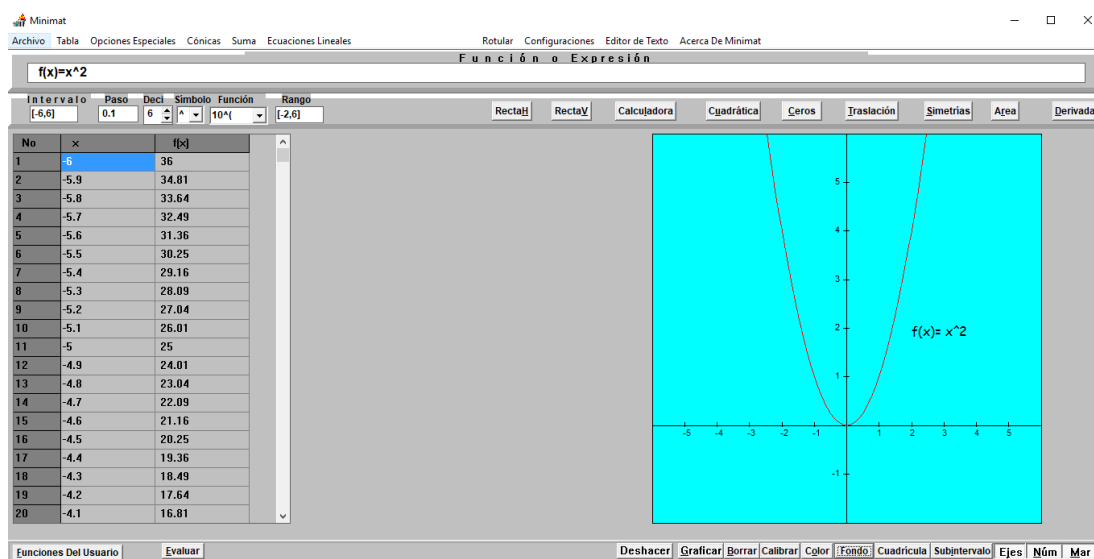
Figura 4. Distancia recorrida por un móvil que viaja a velocidad constante



Fuente: Elaboración propia.

Minimat también ofrece la posibilidad de resolver sistemas de ecuaciones lineales 2×2 y 3×3 , graficar las secciones cónicas, operar con ecuaciones paramétricas, derivar una función, entre otros, temas que son de interés en el estudio de las matemáticas. En la figura 5 se observa el entorno del laboratorio Minimat.

Figura 5. Entorno Minimat.



Fuente:

Laboratorio Minimat

Posteriormente se realiza la intervención en el aula a través de una secuencia didáctica compuesta por una serie de actividades que surgen del entorno de los escolares, la primera actividad es un pretest que será resuelto por los estudiantes de los grupos 9-1 y 9-2 con el fin de conocer los respectivos saberes previos frente al tema de estudio, a continuación se resuelven las demás actividades y talleres que tengan lugar dentro de la propuesta.

Dentro de la etapa de la evaluación y reflexión se recogen los resultados obtenidos con la aplicación de la propuesta, por medio del test final, en este apartado se comparan los resultados de los grupos, es decir, se compara el desempeño del grupo en el que se aplica la propuesta didáctica con los arrojados por el grupo en el que se estudia el concepto de función de manera tradicional, para la interpretación de los resultados se tienen en cuenta las teorías sobre los estilos de aprendizaje y los respectivos gráficos estadísticos, estos últimos le dan un carácter cuantitativo al método, se mezclan entonces dos componentes que lo hacen mixto, pero donde prima el elemento cualitativo. Al final se hace una descripción sobre la pertinencia y los posibles ajustes o líneas de estudio futuras que se puedan derivar de la intervención realizada en el aula.

2.4 Instrumento de recolección de información y análisis de la información.

Para recopilar la información se emplearon diversas fuentes. Dentro de las fuentes primarias se tuvieron en cuenta estudios previos de diferentes maestrantes con respecto al estudio de la función lineal y sus impactos obtenidos, el pretest realizado como prueba diagnóstica, el pos test para evaluar el estado final de los estudiantes y el impacto de la intervención y la comunicación constante con los discentes. Así mismo los insumos para las fuentes secundarias fueron las pruebas saber de los estudiantes durante el año 2014, 2015 y 2016 con respecto al desempeño del tema en mención, también se hizo una revisión del proyecto educativo institucional y de información en textos y páginas de internet como complemento para la propuesta, de igual modo se aplicó un diagnóstico de conocimientos previos y un test final para valorar el desempeño alcanzado por los discentes en cuanto a la modelación de la función lineal.

2.5 Población y muestra

La población para ejecutar la propuesta sobre la función lineal son los grados novenos de la

I.E José Antonio Galán de Medellín, en total son 55 personas, de las cuales se elige al grupo 9-1, que se caracteriza por presentar un menor rendimiento en el área de matemáticas comparado con el grupo 9-2 en lo que va corrido del año 2017, este hecho se evidencia de nuevo en la aplicación del diagnóstico. Se realizará un comparativo entre los dos grupos con respecto a los aprendizajes obtenidos en relación al tema en mención con el objeto de verificar los resultados alcanzados en el grupo 9-1 con el desarrollo de la propuesta y el uso de métodos tradicionales en el grupo 9-2.

2.6 Delimitación y alcance

Este trabajo surge de la necesidad que tienen los educandos de modelar situaciones de la matemática y de otras ciencias como la física y la química en las cuales se estudian diversos fenómenos que cambian linealmente en el tiempo y que son de difícil comprensión para los aprendices a pesar de que forman parte de su mundo real. Teniendo como punto de partida el problema mencionado se establece la pregunta de investigación que pretende establecer una estrategia didáctica que contribuya en la enseñanza de la función lineal a través de la modelación matemática y con el uso del software Minimat, lo cual requiere de la revisión de documentación que admita la elaboración de una propuesta de enseñanza por medio de la cual se busca refinar el saber pedagógico de manera tal que los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Galán mejoren sus resultados en las pruebas dentro y fuera de la Institución asociadas al concepto, así mismo mejoren su desempeño en el grado once al tratar con las funciones polinómicas.

Se espera aportar nuevas estrategias de aprendizaje sobre el tema de funciones, y una mayor motivación frente al conocimiento de las matemáticas tanto para los grados novenos como para los grados once, particularmente se pretende lograr aprendizajes significativos con respecto a la propuesta aplicada que entren a ser un apoyo dentro del proyecto educativo institucional en lo que a matemáticas se refiere, tanto para el maestro como para los escolares.

2.7 Cronograma

Para llevar a feliz término la propuesta de enseñanza se establecieron cuatro fases con el fin de optimizar el tiempo y los recursos disponibles.

Tabla 2. Fases de Planificación de Actividades

Fase	Objetivos	Actividades
1. Caracterización	Diagnosticar el desempeño inicial de los estudiantes de grado noveno en la comprensión de los conceptos previos asociados a la construcción del concepto de función lineal por medio de un pretest.	1.1. Revisión bibliográfica sobre la función lineal en los documentos rectores del MEN. 1.2. Selección de conceptos relevantes en el estudio de la enseñanza de la función lineal. 1.3. Diseño del pretest sobre la función de variación lineal. 1.4. Aplicación del pretest que sirva como base para conocer los saberes previos de los estudiantes. 1.5. Revisión y Análisis de los resultados obtenidos a través del pretest 1.6. Búsqueda de herramientas TIC que contribuyan a la enseñanza de la función lineal.
2. Diseño	Diseñar la estrategia didáctica basada en la modelación matemática con el uso del software minimat utilizando experiencias del entorno del estudiante que varían en forma lineal.	2.1 Planificación de la secuencia didáctica. 2.2 Toma de datos sobre las situaciones de variación lineal del entorno del estudiante para la elaboración de la secuencia didáctica. 2.3 Montaje de actividades sobre la función lineal con base en la toma de datos anterior. 2.4 Construcción de actividades sobre estructuración y síntesis del concepto de función lineal para la secuencia didáctica 2.5 Elaboración de actividades de aplicación sobre función lineal.
3. Intervención en el aula.	Aplicar la estrategia didáctica para alcanzar el aprendizaje significativo de la función lineal en el grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán.	3.1. Introducción a las actividades de la secuencia didáctica. 3.2. Desarrollo de la secuencia didáctica en el aula. 3.3. Evaluación de la secuencia didáctica.
4. Evaluación	Evaluar los resultados obtenidos con la aplicación de la propuesta didáctica a través de un test final a la luz de la teoría de la modelación matemática.	4.1 Análisis de resultados obtenidos con la aplicación de la secuencia didáctica. 4.2 Comparación de los resultados obtenidos en el grupo experimental 9-1 y el grupo control 9-2 de la Institución Educativa José Antonio Galán. 4.3 Presentación de conclusiones sobre los resultados obtenidos con la intervención de acuerdo a los objetivos planteados inicialmente. 4.4 Elaboración de las conclusiones y recomendaciones pertinentes a las líneas de trabajo futuro sobre la función lineal.

Fuente: elaboración propia

A continuación se relaciona el cronograma de planificación de actividades que se desarrollará durante dieciséis semanas

Tabla 3. Cronograma

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1	x	x														
Actividad 1.2		x	x													
Actividad 1.3		x	x													
Actividad 1.4			x	X												
Actividad 1.5			x	X												
Actividad 1.6			x	X												
Actividad 2.1				X	X	x										
Actividad 2.2						x	x									
Actividad 2.3							x	X	x							
Actividad 2.4							x	X	x							
Actividad 2.5							x	X	x							
Actividad 3.1										x						
Actividad 3.2										x	X	x	X			
Actividad 3.3													X			
Actividad 4.1											X	x	X	X		
Actividad 4.2															x	X
Actividad 4.3															x	X
Actividad 4.4															x	X

Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

Este capítulo está estructurado con base en una secuencia didáctica en la que se estudia la modelación de la función lineal. Inicialmente se aplica un diagnóstico de conocimientos previos que son importantes a la hora de abordar el concepto en mención y se realiza el respectivo análisis, a continuación para el desarrollo de la propuesta de intervención se proponen tres situaciones reales del contexto del estudiante y a partir de estas otra serie de actividades complementarias, el cierre se hace a través de la aplicación de un test con su análisis respectivo que evalúa el desempeño final de los estudiantes.

3.1 Resultados y Análisis de la intervención.

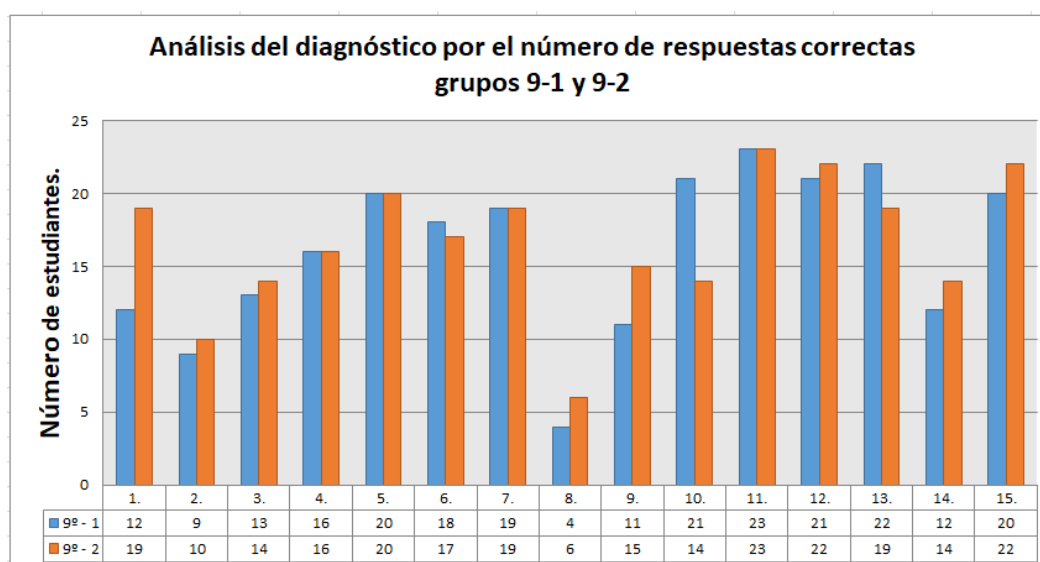
3.1.1 Prueba diagnóstica y Análisis de los resultados.

En el diagnóstico inicial se indagó por los conocimientos previos que son relevantes para trabajar con situaciones sobre la función lineal, estos conocimientos han sido abordados en los cursos anteriores de aritmética y de álgebra.

El test de conocimientos previos (Ver anexo A) está compuesto por 15 preguntas, 12 de estas son de selección múltiple, 2 de llenado de tablas y una es de completación, algunas de las preguntas son adaptadas de ejercicios de matemáticas que involucran o se requieren para el estudio de la función lineal.

El pretest se aplicó en dos grupos 9-1 y 9-2. En el grupo 9-1, presentaron el diagnóstico 26 personas y en 9-2 lo hicieron 24 personas, para un total de 50 estudiantes. En la figura 6, se aprecian el número de respuestas correctas que obtuvo cada grupo en la presentación del diagnóstico.

Figura 6. Resultados del diagnóstico grupos 9-1 y 9-2.



Fuente: elaboración propia

De acuerdo con la gráfica se observa que el promedio de respuestas correctas del grupo 9-1 es de 16.07 con una desviación estándar de 5.60, mientras que en 9-2 el promedio es 16.67 y su desviación estándar es de 4.69, vemos que el promedio de respuestas correctas en los dos grupos es similar, sin embargo el grupo 9-1 muestra una mayor variación en sus datos, lo cual implica que es un grupo más heterogéneo.

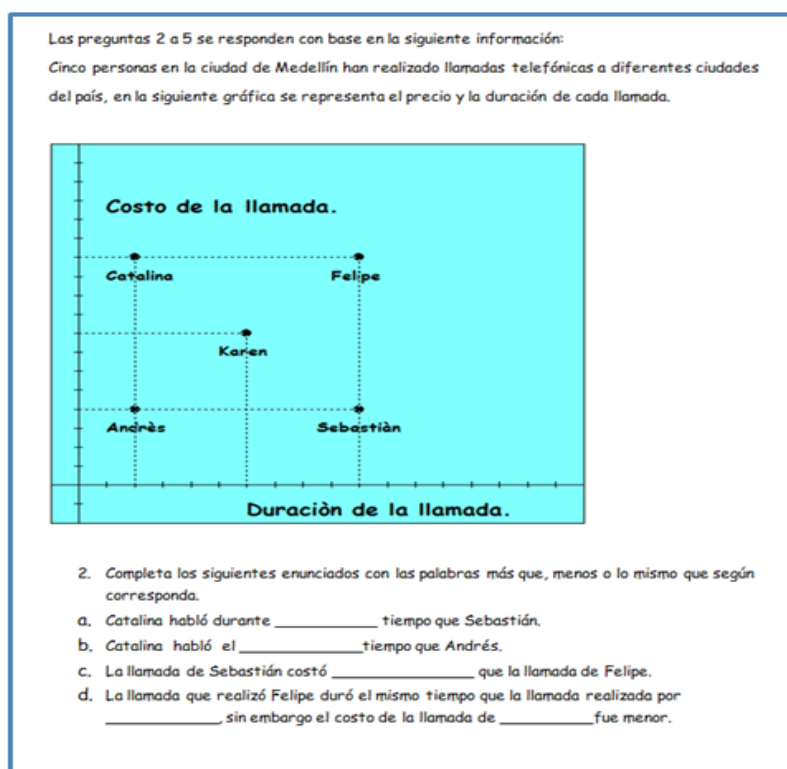
Dados los resultados anteriores, se evidencia que el porcentaje de respuestas correctas en 9-1 es inferior al que obtuvo 9-2, exceptuando la pregunta 10 en la que se requiere el cálculo de la media aritmética para un conjunto de datos. Los resultados muestran que el grupo 9-1 tiene más dificultades, por esto se elige este grupo para aplicar la propuesta de enseñanza sobre la función lineal.

A continuación se detallan algunas preguntas y las respuestas dadas por los estudiantes de cada grupo con el fin de ampliar su análisis e interpretación.

La pregunta 1 indagaba por la ubicación de puntos en el plano cartesiano, es decir, involucraba el concepto de pareja ordenada y de orientación en el plano cartesiano, la pregunta 2 basada en la información sobre el costo y la duración de cierta llamada también hacía referencia

a la ubicación en el plano cartesiano, en esta los estudiantes debían comparar las magnitudes dadas y acudir a la relación de orden mayor que, menor o igual que, para decidir quién había hablado más o menos tiempo que otra persona, a su vez para determinar cuál llamada era más o menos costosa que otra, las preguntas 2 a 5 se resolvían con base en la información brindada para la pregunta dos. La figura 7 muestra la información para resolver las preguntas 2 a 5.

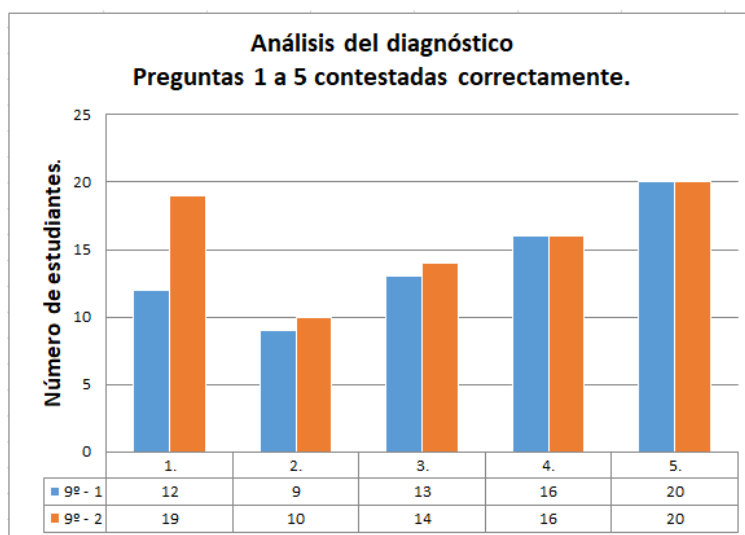
Figura 7. Pregunta 2 del test de conocimientos previos



Fuente: Elaboración propia.

En el grupo de preguntas 2 a 5 los estudiantes muestran dificultad, porque la gráfica no mostraba una escala con números en cada eje como es usual, incluso unos pocos intentaron enumerarlos por lo que fue necesario aclarar que no se indagaba por un número sino por la comparación entre las magnitudes de tiempo y costo en las que se requería emplear las palabras más que, menos o lo mismo que en el grupo 9-1, el porcentaje de respuestas correctas con respecto a las preguntas 1 a 5 es inferior al obtenido en el grupo 9-2 (Ver figura 8), particularmente en la pregunta 1, se observa que en 9-1 la responden acertadamente sólo el 46.15 %, mientras que en 9-2 lo hace el 79.17%.

Figura 8. Resultados del diagnóstico, preguntas 1 a 5 de los grupos 9-1 y 9-2



Fuente: Elaboración propia.

Las preguntas 6 y 15 evalúan la capacidad que tiene el estudiante para el llenado de tablas encontrando la razón de cambio entre dos magnitudes directamente proporcionales, estos conceptos pertenecen al plan de estudios del grado séptimo de la Institución y serán útiles en el estudio de funciones, porque una manera de representarlas es a través de las tablas de valores. Del grupo 9-1 responden bien en promedio 19 estudiantes lo que equivale a un 73,08 % y en 9-2 responden en promedio 21 personas, es decir, 87,5 % lo que representa un porcentaje bastante alto en ambos casos (Ver figura 6)

Los numerales 7 y 12 indagan por la capacidad que tiene el estudiante para realizar predicciones con base en la información inicial y en los respectivos cálculos, en 9-1 responden adecuadamente ambas preguntas un promedio de 20 personas lo que equivale a un 76,92%, y en el grupo 9-2 lo hacen 21 personas en promedio, esto equivale al 87.5% (Ver figura 6), estas preguntas involucran cálculos sencillos que pueden ser resueltos con una suma, una multiplicación o por medio de una regla de tres simple directa.

En promedio el 72.82% del grupo 9-1 responde adecuadamente a las preguntas 8, 9 y 10 mientras que en 9-2 lo hace el 48.61%. Aunque los valores apuntan a favorecer al grupo 9-1; este resultado se da gracias a las respuestas acertadas en la pregunta 10, la cual hace alusión a la media aritmética de una serie de datos, procedimiento que es relativamente sencillo, entre tanto

las preguntas 8 y 9 indagan respectivamente por la capacidad de encontrar el valor numérico de una expresión algebraica y por la habilidad para interpretar y traducir expresiones del lenguaje común al algebraico, esto quiere decir, que son de mayor complejidad y en estas 9-2 obtuvo un resultado superior a 9-1. Si se omite la pregunta 10, se encuentra que en 9-1 el porcentaje que responde bien es el 28.84 y en 9-2 es el 43.75%.

Con los cuestionamientos 11 a 14 se pretende observar si los escolares saben leer e interpretar la información contenida en una gráfica de dos magnitudes que son directamente proporcionales. Este proceso se deriva obviamente de la ubicación correcta por parte del estudiante en el plano cartesiano, se observa que en 9-1 contestó bien a este bloque de preguntas un promedio del 75 % y en 9-2 el 81, 25 % (Ver figura 6)

Para concluir se observa que los estudiantes obtienen un mejor desempeño en las preguntas que requieren cálculos simples de la aritmética en tanto se les dificulta responder a interrogantes asociados al pensamiento variacional, lo que significa que existe una deficiencia para resolver situaciones sobre expresiones algebraicas y situaciones expresadas en notación funcional $f(n)$. El desempeño de los discentes es bajo, prueba de ello es que sólo dos personas de cada grupo contestaron correctamente las 15 preguntas del diagnóstico lo que corresponde al 7.69 % en 9-1 y a un 8,33% en 9-2.

3.2 Propuesta de intervención

3.2.1 Estructura de la secuencia didáctica.

La secuencia didáctica (Ver anexo G) tiene como propósito abordar el concepto de función lineal con los estudiantes del grado noveno de una manera no tradicional a través de la modelación matemática de tres situaciones del contexto de los estudiantes:

1. La ruta de buses 041 A de la comuna Aranjuez (Ver anexo H).
2. El consumo de agua en los baños de las niñas y de los niños de la Institución Educativa José Antonio Galán (Ver anexo I).
3. El reciclaje de botellas PET1 y de las tapas de las bebidas que se consumen en una semana durante el descanso de la jornada de la mañana (Ver anexo J).

Para tal efecto se propone aplicar el ciclo de modelación de los autores (Blum & Borromeo, 2009), y se sugiere el uso del laboratorio de matemáticas Minimat para que los escolares inicialmente modelen gráficamente una función a partir de la opción tabla del menú principal y posteriormente se haga énfasis en las formas de representar una función: tabular, gráfica y funcional empleando la zona de edición del laboratorio denominada función.

Se busca que los escolares por medio de una serie de preguntas construyan paso a paso el concepto de función, comprendan el concepto de variable dependiente e independiente, encuentren la razón de cambio para las tres situaciones mencionadas, tabulen, grafiquen los datos correspondientes y finalmente encuentren el modelo que las describe respectivamente. Antes de desarrollar la secuencia didáctica se aplica un test de conocimientos previos asociados al estudio de las funciones lineales, estos conceptos han sido abordados por los estudiantes en los cursos anteriores de matemáticas y serán estudiados de nuevo a medida en que se realicen las actividades de la secuencia, además los resultados del test fueron socializados y corregidos con los estudiantes, con el fin de superar las debilidades encontradas y de establecer un enlace efectivo con los nuevos conocimientos que apunte al logro de un aprendizaje significativo en el aula.

La secuencia didáctica está programada para trabajar con los estudiantes durante 4 semanas, a su vez cada semana está conformada por 3 sesiones en las que se distribuyen las actividades, en cada semana se muestran los desempeños esperados y los materiales requeridos. Al inicio de cada sesión se indica el tiempo estimado para su realización y se dan las indicaciones pertinentes para el desarrollo de las actividades.

En la siguiente tabla se presentan los desempeños y las actividades de la semana 1 a la semana 4.

Tabla 4. Desempeños y actividades de las semanas 1 a 4 de la secuencia didáctica

Primera semana	Desempeños esperados	Actividades		
	Tomar los datos por equipo de cada una de las situaciones del contexto de los estudiantes: La ruta de buses 041 A de la comuna Aranjuez, el consumo de agua en los baños de las niñas y de los niños y el reciclaje de botellas PET1 y de las tapas de las bebidas que se consumen en una semana durante el descanso de la jornada de la mañana de la Institución Educativa José Antonio Galán.	Conformación de equipos: Los estudiantes se distribuyen en equipos para recolectar información sobre las tres situaciones del contexto: La ruta de buses 041 A de la comuna Aranjuez, el consumo de agua en los baños de las niñas y de los niños y el reciclaje de botellas PET1 y de las tapas de las bebidas que se consumen en una semana durante el descanso de la jornada de la mañana de la Institución Educativa José Antonio Galán.		
Segunda semana	Tabular por equipos la información obtenida en la recolección de datos sobre las tres situaciones del contexto. Encontrar la media aritmética de los datos obtenidos a través de las tres situaciones: reciclaje de tapas plásticas y botellas PET1, vaciado de las unidades sanitarias de los baños de los hombres y de las mujeres y la información obtenida de los buses 041 A de la comuna Aranjuez. Aplicar las situaciones de intervención en el aula a partir de la información del contexto real de los estudiantes. Resolver las preguntas asociadas a cada situación.	Primera sesión	Segunda sesión	Tercera sesión.
		Recolección de datos sobre las 3 situaciones del contexto y solución de preguntas orientadoras.	Tabulación de la información y solución de las guías asociadas a las situaciones del entorno.	Gráficas con la calculadora Minimat empleando la zona del menú tablas con las opciones puntos y poligonal.
	Resuelve situaciones asociadas a la función lineal. Identifica las variables que intervienen en una situación de variación lineal. Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas.	Primera sesión	Segunda sesión	Tercera sesión.
		Se resuelven otras situaciones de cambio lineal que se desprenden de las situaciones iniciales.	Se proyecta una situación elaborada por la docente a partir de la carrera de ciclismo profesional 2.1 Colombia oro y paz que se realizará	Resuelve situaciones asociadas a la función lineal. Identifica las variables que intervienen en una situación de

	Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables. Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.		en Medellín en febrero del 2018 y se entrega la guía correspondiente para que cada estudiante la resuelva. Se busca que los estudiantes que no han comprendido el proceso para modelar las situaciones aclaren sus dudas y los demás profundicen al respecto	variación lineal. Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas. Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables. Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.
Tercera semana	Resuelve situaciones asociadas a la función lineal. Identifica las variables que intervienen en una situación de variación lineal. Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas. Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables. Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.	Se resuelven otras situaciones de cambio lineal que se desprenden de las situaciones iniciales.	Se proyecta una situación elaborada por la docente a partir de la carrera de ciclismo profesional 2.1 Colombia oro y paz que se realizará en Medellín en febrero del 2018 y se entrega la guía correspondiente para que cada estudiante la resuelva. Se busca que los estudiantes que no han comprendido el proceso para modelar las situaciones aclaren sus dudas y los demás profundicen al respecto	Presentación en power point para definir el concepto de función lineal y sus características. Se retoman algunas situaciones vistas para hacer énfasis en la relación funcional y en la manera de representarlas.

Cuarta semana Conformada por dos sesiones	<p>Emplea las zonas de edición función, intervalo, deci, paso y rango para modelar gráficamente una función en la calculadora Minimat. Modela situaciones asociadas a la función lineal. Identifica las variables que intervienen en una situación de variación lineal. Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas. Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables. Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.</p>	Primera sesión	Segunda sesión
		<p>Los estudiantes eligen una de las funciones correspondientes a las situaciones resueltas en sesiones anteriores para graficar con las zonas de edición de Minimat: función, intervalo, deci, paso y rango de manera simultánea la docente explica el uso de estas zonas a partir de un ejemplo cualquiera.</p>	<p>Aplicación del test final para valorar los resultados obtenidos con la secuencia didáctica.</p>

Fuente: elaboración propia

3.3. Análisis de las actividades de la secuencia.

En esta sesión se analizarán las actividades realizadas durante las cuatro semanas de la intervención, el test final se analiza de manera independiente en el numeral 3.5

3.3.1 Análisis de las actividades de la semana uno.

Se cumple con los desempeños trazados, sin embargo para hacer la medición del consumo de agua en los baños de las niñas y los niños durante el descanso de la jornada de la mañana, se debe insistir diariamente en el acompañamiento en la zona, para esta labor se requiere pasar por el salón de clase del grupo 9-1, minutos antes de que suene el timbre para el descanso y de esta forma recordar las tareas asignadas, es de anotar que los estudiantes habían coordinado previamente quienes eran los encargados por día y los docentes tenían conocimiento sobre la toma de datos.

Se observa una mayor motivación y compromiso por parte de los estudiantes que tenían asignado recolectar las botellas PET 1 y las tapas de las bebidas que se consumen durante el descanso, sin embargo también se les recuerda el compromiso que tienen frente a la tarea. La mayor dificultad se presentó en la actividad que requería entrevistar a los conductores de la ruta de buses 041A de la comuna Aranjuez porque inicialmente se les solicitó a los discentes que fueran a la terminal de los buses en equipo, no lo hicieron, afirmaban que les daba pena y que los conductores no les prestaban atención, razón por la cual fue necesario convertir la actividad en una salida de campo acompañada por la docente en la que se recolectó toda la información que se requería.

3.3.2 Análisis de las actividades de la semana dos.

Después de compartir la agenda con los estudiantes y de dar las indicaciones generales, se reúnen en equipos para tabular la información, la mayoría la presenta en una tabla, posteriormente se hace entrega de una guía por equipos en la que se redacta la situación del contexto de los estudiantes abordada previamente. A continuación se describen las acciones más significativas que realizaron los estudiantes al abordar cada una de las guías asociadas a las situaciones de variación lineal:

El consumo de agua en los baños de hombres y mujeres durante los descansos, esta guía fue de mayor complejidad para los estudiantes debido a que tenían que realizar conversión de unidades de capacidad, de litros a metros cúbicos, unidad empleada por la compañía de servicios públicos para medir el consumo de agua en los hogares de la ciudad.

El estudiante Jean Carlos Sánchez hizo la pregunta: “¿profe y cómo hacemos para saber cuánto paga la Institución por el consumo de agua en los baños durante un mes?, aquí no dice nada”, la profesora le pregunta le devuelve la pregunta: ¿cómo hacemos? , el estudiante dice: “¡Ah necesitamos la cuenta de servicios!” .La docente le dice “muy bien, aquí la tienes”, también se le hace entrega de la misma al equipo de la estudiante Yerina a quienes les correspondió la misma situación.

Los estudiantes manifiestan que en la cuenta dice metros cúbicos, la docente pregunta: ¿entonces que tenemos que hacer? , ¿A cuántos litros equivale un metro cúbico?, dicen que no saben, se les solicita buscar la información en internet, en el portátil disponible. La docente pregunta: ¿Cómo hacemos la conversión de unidades, es decir, como pasamos los litros a metros cúbicos? Responden dividimos por mil, la docente dice: muy bien, aunque también pueden realizar una regla de tres simple directa, los estudiantes hacen caso omiso. Al continuar con la solución de la situación, los estudiantes manifiestan que ¿cómo se dan cuenta cuál es el costo del acueducto para un sólo metro cúbico de agua? La profesora les pregunta: ¿Cómo hacemos para saberlo? ¿El valor que aparece en la cuenta es por cuántos metros cúbicos?, ambos representantes de los equipos dicen por diez, Jean Carlos dice: “así si es”, por su parte Yerina dice: “con una regla de tres”, la docente dice: “muy bien”, sin embargo cuando la planteó, la estudiante preguntó ¿profe cómo es que se resuelve? Se le aclara el procedimiento y Ella continúa resolviendo, los valores están muy bajos ¿Yerina si hallaste correctamente el consumo de agua mensual? revisa por favor, Yerina afirma que lo hizo correctamente, pero durante la revisión de la guía se observa que aunque los procedimientos estaban buenos no calculó correctamente el consumo de agua mensual, había tomado los datos errados.

Además se observa que aunque Jean Carlos tenía los datos bien frente al consumo de agua

semanal, no calculó correctamente el valor a cancelar durante dos meses por el consumo de agua, también fue necesario aclarar en los equipos que tenían que contemplar el valor por el consumo del acueducto y por el consumo del alcantarillado, valores cobrados en la factura de los servicios públicos.

El reciclaje de botellas PET1 y de tapas plásticas estuvo a cargo del equipo que lideró la estudiante Valentina, esta situación es un poco más simple y fue de mejor comprensión, la estudiante la resolvió de manera más fluida y coherente, no obstante en la preguntas asociadas a las magnitudes que permanecían constantes realizó algunos cuestionamientos: Profe ¿Cómo así, cuáles son las magnitudes que permanecen constantes?, la docente: si Valentina ¿Cuáles valores nunca cambian, cuáles son los valores que siempre dan lo mismo? Profe el valor que se recibe cada mes. Muy bien Valentina, la estudiante continúa leyendo en su equipo las preguntas y en la pregunta: ¿Cuál o cuáles magnitudes varían según la situación? Responden: “El mes porque el tiempo varía, y si trabajas menos tiempo recibes menos plata, esto lo hizo con base en el ejemplo que la docente le explicó, pero no es coherente con la respuesta que se esperaba.

El equipo liderado por Juan Pablo, sólo hizo una parte de la guía correctamente, el estudiante se mostró con mucho interés sobre la situación, preguntó sobre cómo plantearía la expresión para modelar el ingreso recibido por el concepto del reciclaje de botellas, se le sugiere efectuar algunos cálculos y se le pregunta sobre la operación que realizaron, además se invita al equipo para que recuerde cómo se nombraban las variables cuando estaban planteando la ecuación correspondiente para resolver situaciones problema en matemáticas en algunas clases pasadas.

Rutas de buses 041A de la comuna Aranjuez esta guía la trabajó el equipo liderado por Darwin y por Johan, en términos generales se observa que Darwin tiene una mejor comprensión de la situación, sin embargo al final de la guía, la toma María Camila quién deja ver que no tiene dominio sobre la situación y responde a la ligera, sin hacer los razonamientos adecuados.

En términos generales los estudiantes presentaron muchas dudas a la hora de resolver las preguntas asociadas con la variable dependiente, la independiente y la razón de cambio entre estas, también a la hora de encontrar la expresión que modelaba la situación, en este punto se les

remitía a la forma en que nombraban las variables al plantear la ecuación correspondiente a un problema de matemáticas, además se observa que no identifican cuál es el origen del plano cartesiano, por lo que al trazar las gráficas no lo representaban.

3.3.3. Análisis de las actividades de la semana tres

Los estudiantes resuelven las guías en pareja, se toma esta decisión para aumentar la participación y el aprendizaje significativo, porque al trabajar en equipo algunos lo hacían muy bien cumpliendo con los roles asignados, otros por el contrario recargaban las actividades en unos pocos de sus compañeros. Al final las parejas socializan las soluciones, en ese momento hacen los ajustes y discuten sobre algunos resultados que les daban diferente como consecuencia de realizar mal los cálculos correspondientes, aunque este hecho no influyó porque en la mayoría de los casos se logró modelar la función, obviamente bajo la orientación de la docente quien permanecía atenta a las inquietudes y brindaba las pautas para resolverlas o planteaba otras preguntas como base para aclarar las dudas.

En la solución de la guía se insiste en los pasos del ciclo de modelación, se observa que algunos estudiantes no comprenden el enunciado de las situaciones, otros por el contrario se remiten al mundo real y al momento exacto de la entrevista realizada a los conductores, acción que facilita la comprensión de las situaciones.

Fue necesario dar pistas a los estudiantes para que precisaran el número de pasajeros transportados por día de acuerdo a la cantidad de usuarios que la ruta transportó el día de su ampliación, es evidente que dicha cantidad puede variar, así mismo se aclara que la razón de cambio relativa a la situación está dada por los \$ 270 que recibe el conductor por cada pasaje que le cancelan.

La pregunta 2 tuvo una baja asimilación entre los estudiantes, se recibieron varias respuestas frente a esta, algunas parejas tenían confusión con respecto al número de días que laboraban al mes los conductores, por ello fue necesario ubicar a uno de los integrantes de cada equipo en el calendario del salón en un mes conformado por 30 días para que hicieran el conteo, establecieran la proporción entre los días laborados y los de descanso y de este modo poder calcular correctamente el salario mensual del conductor.

Figura 9. Pregunta 2 de la guía el salario de un conductor de 041 A

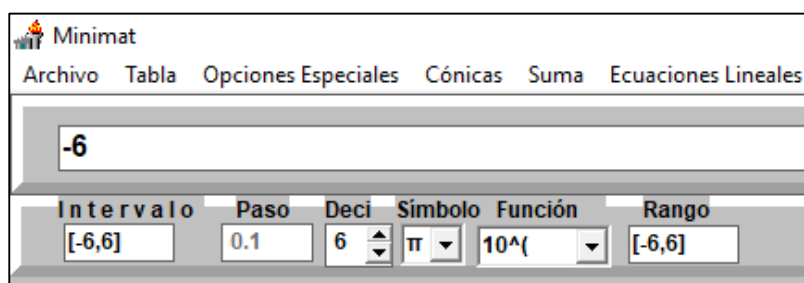
2. Indique cual es el salario mensual del conductor, teniendo en cuenta que por cada 5 días laborados, el empleado descansa 2 días.

A través de diferentes cálculos, los escolares determinan el salario aproximado de un conductor el cual es de \$2.179.980 , afirmaban que este era un valor muy alto, incluso algunas discentes manifestaron su interés por el oficio, sin embargo en la socialización se les indicó que ese no era el valor neto que recibían, es decir, que los empleados tenían deducciones por conceptos de salud, pensión y la aseguradora de riesgos laborales(ARL), además se les preguntó cuántas horas al día laboraban los conductores, los estudiantes contestaron que entre 10 y 12 horas diarias, en ese momento se dieron cuenta que en realidad el oficio no era tan rentable y generaba un gran desgaste físico. Este tipo de situaciones son el escenario perfecto para la formación de personas con criterio, que toman decisiones informadas y contribuyen a la transformación de su medio por medio del aprendizaje significativo

3.4 Análisis de las actividades de la semana cuatro.

En la sesión uno correspondiente a esta semana se modelaron dos situaciones con las llamadas zonas de edición función, intervalo, deci, paso y rango que Minimat ofrece, algunos estudiantes tuvieron un buen desempeño en las actividades, otros no tanto, pero manifiestan que es complicado establecer el intervalo, el rango y el subintervalo de cada función, en la figura 3-6 se muestran las zonas de edición en el entorno que presenta el programa.

Figura 10. Entorno de la calculadora Minimat en el que se visualizan las zonas de edición intervalo, paso, deci, símbolo, función y rango de la versión 2016



Fuente: Manual Minimat

Se resalta que el cálculo de los puntos para graficar es muy simple porque el programa Minimat genera los puntos automáticamente a través del botón evaluar. No fue posible tener más sesiones para practicar por estar en el cierre del año escolar que implica la realización de múltiples actividades programadas por la Institución, sin embargo en la sesión 4.5 se amplían los aportes de la calculadora Minimat en la modelación de las funciones lineales. En la sesión 2 de esta semana (4) se realizó el test final, su análisis se presenta a continuación.

3.5 Test final.

3.5.1 Estructura del test final.

Para finalizar la etapa de la intervención de la propuesta de enseñanza se aplicó un test que indagaba por la comprensión del proceso de modelación de la función lineal por parte de los estudiantes. En la actualidad es de suma importancia la actividad física no sólo por los beneficios que aporta a la salud de las personas sino también por el aspecto físico que proporciona si se practica con disciplina, por esto el test final se estructuró a partir de una situación sobre el uso de un gimnasio, particularmente el gimnasio de Comfama Aranjuez por estar ubicado en la misma comuna en la que se encuentra la Institución Educativa José Antonio Galán en donde se llevó a cabo la propuesta de enseñanza, es decir, por ser una entidad que hace parte del entorno de los discentes.

El test está estructurado a partir de 13 preguntas sobre las tiqueteras para cuatro entradas al gimnasio de Comfama Aranjuez en el horario especial de 9:00 am a 4:00 pm que ofrece la caja de compensación de Antioquia.

(Comfama , 2017), para la prestación de sus servicios y productos, clasifica a la población en general de acuerdo a las tarifas A, B, C y D presentadas en la tabla 3-2, estas son calculadas a partir del salario mínimo legal vigente en Colombia el cual para el año 2017, era de \$ 737.717

Tabla 5. Clasificación desde los usuarios de Comfama según el número de salarios devengados 2017

Tarifa A	Tarifa B	Tarifa C	Tarifa D
Afiliados que devengan hasta \$1.475.434	Afiliados que ganan entre \$1.475.435 y \$2.950.868	Afiliados que ganan más de \$2.950.869	No afiliados

Fuente: Tarifas 2017 de la caja de compensación Comfama.

La situación surge de la inquietud real de una persona sobre el uso del gimnasio, al buscar información en la página de Comfama sobre el precio más bajo que ofrece en su sede de Aranjuez, se encuentra que el costo de **una boleta individual** para una persona no afiliada, es decir, una persona tarifa D es de \$ 6.200, mientras que en el horario especial, comprendido entre las 9:00 am y las 4:00 de la tarde de lunes a domingo el costo de una tiquetera (4 entradas) según la clasificación de los usuarios está dado por los valores consignados en la tabla 3-3.

Tabla 6. Precio de la tiquetera (4 ingresos) del gimnasio Comfama de Aranjuez

Tarifa A	Tarifa B	Tarifa C	Tarifa D
\$ 5.800	\$ 6.600	\$ 10.500	\$ 11.800

Fuente Elaboración propia

La persona toma la decisión de comprar la tiquetera, porque incluye cuatro entradas y al adquirirla cada ingreso tiene un costo promedio de \$2.950, además con derecho para hacer uso del servicio de baños turco completamente gratis, es decir, la tiquetera permite 4 ingresos al gimnasio y por cada una de estos puede acceder también al servicio de turco, en realidad es un valor muy económico comparado con la boleta individual que cuesta \$ 6.200 y no permite el ingreso al turco, esta es una verdadera promoción que no quiso perderse la persona en cuestión.

Las tablas 3-2 y 3-3 se contemplaron en el test final, en primera instancia se detectó que los escolares tanto de 9-1 con los que se ejecutó la propuesta de enseñanza, como los escolares de 9-2 con los cuales se abordó el concepto de función de una manera tradicional, tenían dificultad para comprender la clasificación de los usuarios, pues al momento de decidir cuál era el valor que una persona no afiliada debía pagar, no se ubicaban en la escala correcta, es decir, no la

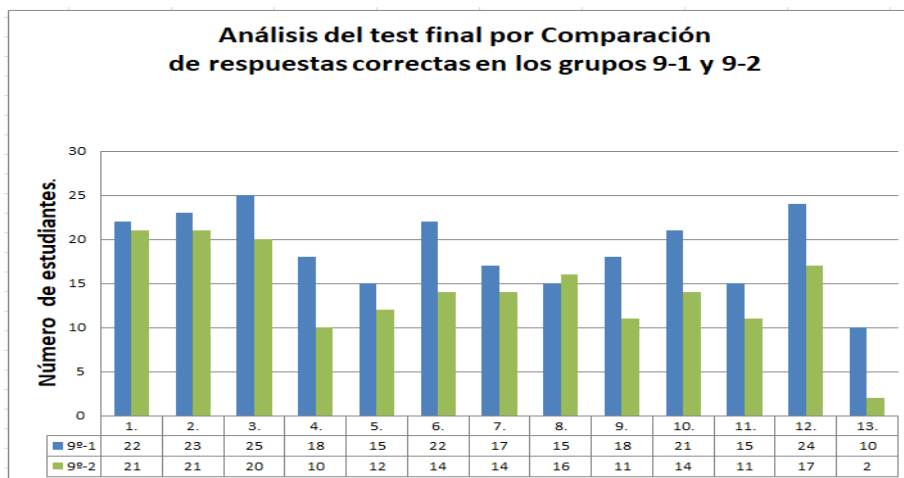
identificaban como tarifa D (este hecho fue más notorio en 9-2). A partir de ese momento, los estudiantes empezaron a responder las preguntas, seguidamente se observó que el valor de la tiquetera era considerada como una boleta individual y no como la posibilidad para 4 ingresos. Este hecho puede explicarse por una baja comprensión lectora, incluyendo el análisis de tablas.

3.4.2 Análisis de resultados del test final del grupo 9-1 y 9-2.

A continuación se describe el análisis del test final (Ver anexo B) sobre la modelación de situaciones de variación lineal de los grupos 9-1 y 9-2, contemplando varias categorías de respuesta que surgen de las soluciones que revelaron los estudiantes al momento de responder la evaluación. Es importante anotar que en 9-1 presentaron el test 26 personas y en 9-2 lo hicieron 23.

En la figura 11 se aprecia el número de respuestas correctas obtenidas por cada grupo. Se encuentra que el promedio de respuestas correctas en 9-1 es superior al obtenido en 9-2, nótese que existe una diferencia muy marcada entre ambos grupos, especialmente en las preguntas 6, 9, 10, 12 y 13, las preguntas 6 y 9 hacían referencia respectivamente a la magnitud que variaba según el planteamiento y a las parejas ordenadas que se formaban de acuerdo a la cantidad de entradas y al valor correspondiente, en la pregunta 10 se solicitaba la gráfica de la función, en la 12 se requería calcular el valor para diferentes cantidades de boletas y la pregunta 13 indagaba por la expresión matemática que modelaba la situación. Se pone de manifiesto que el grupo 9-1 alcanzó un mejor rendimiento que 9-2.

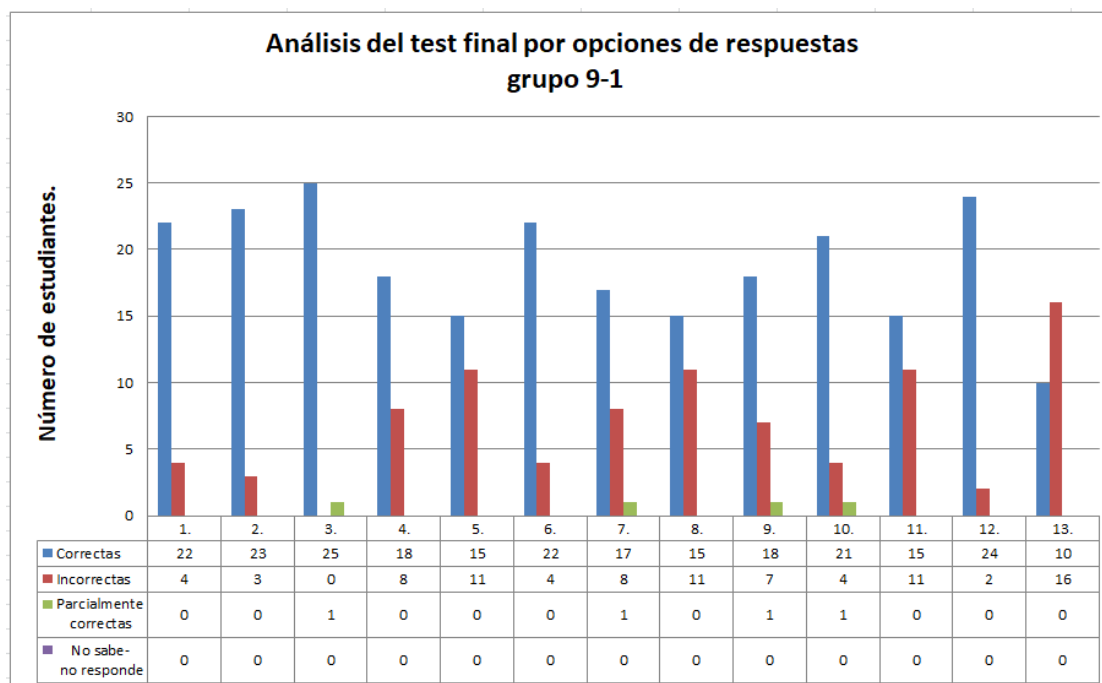
Figura 11. Resultados del test final de los grupos 9-1 y 9-2



Fuente: elaboración propia

Al entrar en un análisis más detallado se establece que el promedio de estudiantes que responden correctamente en el grupo 9-1 es de 18,85 con una desviación estándar de 4,41; además el 6.85 responde incorrectamente y un promedio de 0.31 responde parcialmente correcto, estos resultados se observan en la figura 12, en esta también se evidencia que los integrantes del grupo respondieron todos los interrogantes.

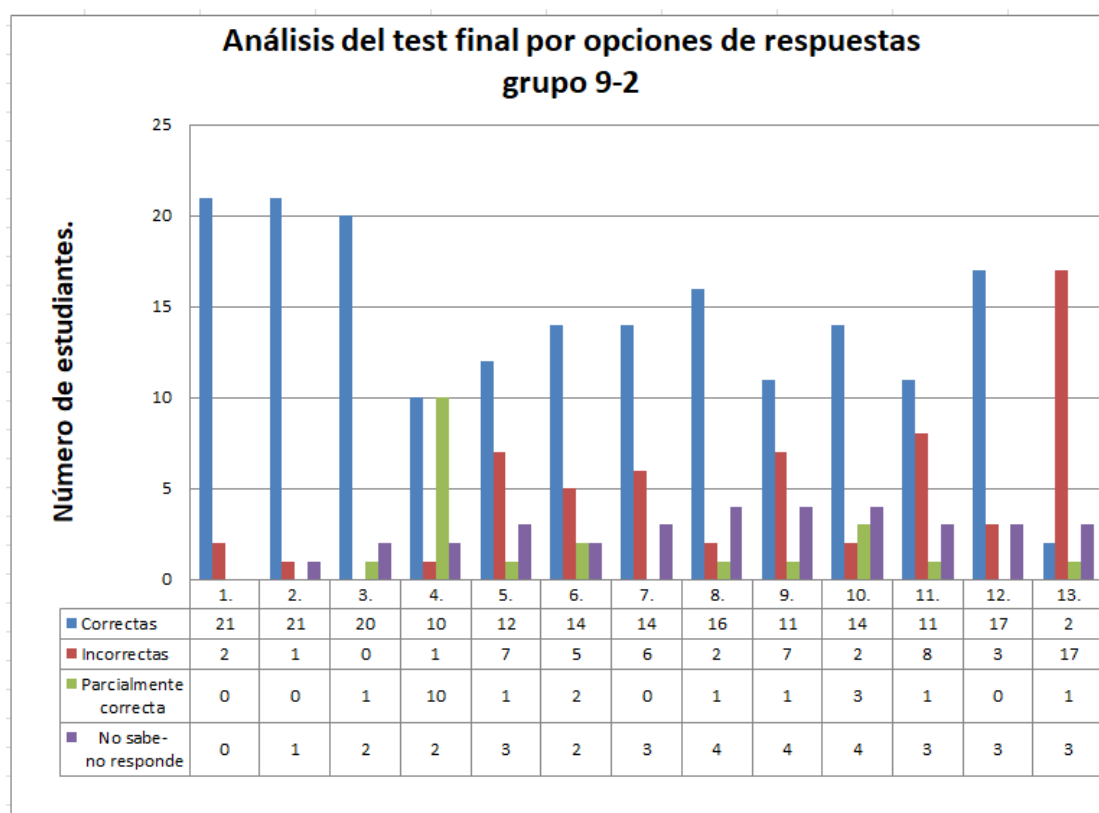
Figura 12. Resultados del test final del grupo 9-1



Fuente: elaboración propia

Por otra parte en la figura 13 se muestra que en el grupo 9-2 el promedio de respuestas correctas es de 14.08 con una desviación estándar de 5.24, el de incorrectas es de 4.69, el de parcialmente correctas es de 1.62 y el de no sabe no responde es de 2.62%. De acuerdo con la desviación estándar de los cursos se establece que 9-2 es un grupo más heterogéneo, esto indica que el grupo 9-1 obtuvo un desempeño más óptimo, apuntando a favorecer el aprendizaje significativo de la función lineal.

Figura 13. Resultados del test final del grupo 9-2



Fuente: elaboración propia

Para continuar con el análisis de resultados, es pertinente hacer referencia a los cuatro pasos del ciclo de la modelación matemática de Blum & Borromeo (2009) empleado por el grupo 9-1 en el test final:

1. Comprensión de la tarea.

-Leer la prueba con precisión e imaginar la situación claramente

-Hacer un boceto.

2. Establecimiento del modelo

-Busque los datos que necesita: si es necesario, haga suposiciones

-Buscar relaciones matemáticas

3. Usando matemáticas.

-Utilizar procedimientos apropiados

2. Escriba su palabra usando matemáticas.

3. Anote su resultado matemático

4. Explicación del resultado

-Redondear el resultado y vincular a la tarea.

-Si es necesario volver al paso 1.

-Anote su respuesta final.

Atendiendo a los 4 pasos mencionados, los cuales no necesariamente se siguen en un orden estricto y se retoman en cualquier punto de acuerdo a la necesidad, vemos que la mayoría de los estudiantes de 9-1, comprenden la tarea (Paso 1), esto se debe a que tuvieron la oportunidad de modelar situaciones del entorno en las cuales fue necesario la toma de datos, esto les facilitó hacer las representaciones mentales a las que hubiera lugar, porque en algún momento los discentes han accedido a los servicios de Comfama o al menos es un lugar que hace parte de su cotidianidad, por lo cual no era necesario generar un boceto al respecto.

Entre tanto 9-2 no aplicó el ciclo de la modelación matemática, ni modeló situaciones de variación lineal, esto no favoreció el desempeño de los estudiantes en el test final, además el grupo mostró falencias en la comprensión lectora, inclusive algunos discentes manifestaron que no les gustaba leer, lo que se traduce en una apatía frente a los esfuerzos mentales que exigen las tareas de modelación, inclusive algunas personas al momento de recibir la evaluación final (Ver anexo B) preguntaron: “¿Hay que leer todo eso?” (Una página aproximadamente), se respondió: si, porque en las instrucciones dice leer detenidamente, y además se indicó que la lectura se haría las veces que fuera necesario, este hecho se explica porque en el grupo 9-2 se abordó el concepto de función lineal de manera tradicional de acuerdo a los libros de texto, sin embargo se resolvieron 2 situaciones similares a las que se presentaron en 9-1 con el ánimo de que los estudiantes adquirieran algunos elementos para resolver el examen final o al menos para que se familiarizaran con estas, obviamente no fue suficiente.

Continuando con el ciclo de la modelación vemos que las preguntas 1 y 2 hacen alusión al segundo paso porque se resuelven al extraer los datos que ofrece la situación, así mismo las

preguntas 4,5, 6 y 7 en las que se requiere plantear las relaciones matemáticas importantes también están contempladas en el segundo paso del ciclo, en particular en la pregunta 4 que indaga por las magnitudes importantes para resolver la situación, se observa que en 9-1 respondió correctamente el 72% y en 9-2 sólo el 43% de los educandos, además en la pregunta 7 el 65% de 9-1 identificó la variable dependiente y la independiente, mientras que en 9-2 lo hizo el 60.8 %. Las preguntas 8, 9, 10 y 11 se desprenden de las preguntas 4 y 7, lo que significa que igualmente están enmarcadas dentro del paso 2 del ciclo de la modelación, en el grupo 9-1 el promedio de respuestas correctas dadas a estas preguntas es de 17.25 y en 9-2 el promedio de respuestas es de 14.

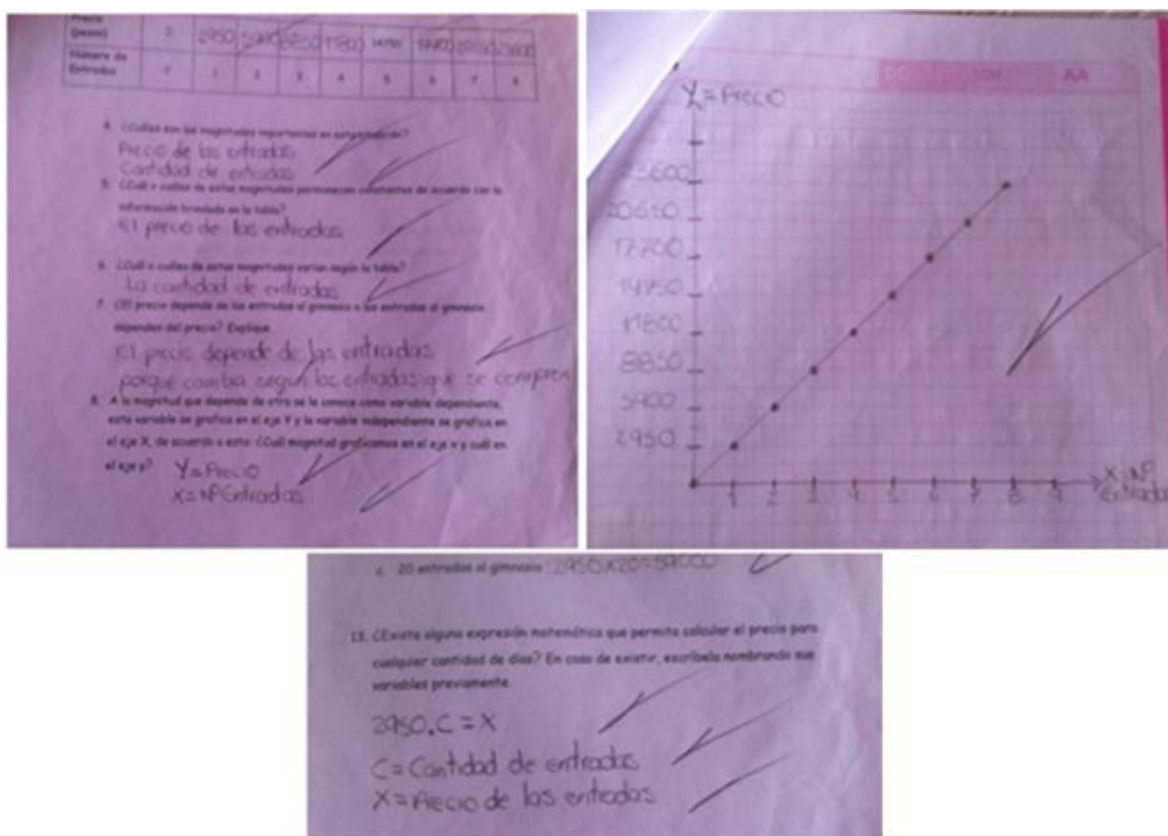
En las preguntas 3 y 12 los educandos realizaron algunos procedimientos, básicamente una serie de multiplicaciones para calcular el valor de las entradas solicitadas, el objetivo con estas preguntas era lograr que los estudiantes determinaran la expresión matemática que modelaba la situación de variación lineal, es decir, el modelo solicitado en la pregunta 13, todos estos interrogantes están relacionadas con el paso 3 del ciclo de modelación denominado usando matemáticas y con el paso 4 explicación del resultado porque en estos interrogantes se les facilita a los escolares predecir el valor de cualquier número de entradas y esto les exige saber si los valores hallados corresponden o si son lógicos según la situación abordada. Se detecta que en 9-1 responde correctamente a las preguntas 3 y 12 un promedio del 98 % y en 9-2 lo hace el 80,4%. Además el 40% de 9-1 responde acertadamente a la pregunta 13 la cual es una de las más complejas del test y en 9-2 lo hace sólo el 8.7 %. Se encuentra que ambos grupos en términos generales calcularon el valor de la compra para varios ingresos al gimnasio, pero el grupo 9-1 mostró una capacidad mayor para realizar predicciones y establecer el modelo matemático.

Ahora veamos el análisis de las respuestas dadas por los escolares agrupados por el número de respuestas correctas o similares.

Mientras que en el grupo 9-1 tres estudiantes: Deisy (Ver anexo C), Darwin (Véase figura 14), y Juan pablo (Ver anexo D) se destacaron por su comprensión e interpretación del test final, identificaron la variable dependiente y la independiente respectivamente, registraron los valores en la tabla de valores y modelaron la situación correctamente nombrando las variables

previamente como se solicitaba, en el grupo 9-2 únicamente lo hicieron dos estudiantes : Jean Carlos y Daniel(Ver anexos E y F respectivamente), a diferencia de los estudiantes mencionados, Daniel no hizo explicito que además del número de boletas, se requería conocer su precio para resolver el problema, de igual forma no identificó la magnitud que variaba según el problema y no halló la constante de proporcionalidad a pesar de que la tuvo en cuenta en la función lineal que modeló. Nótese que los escolares de 9-1 fueron más contundentes en sus respuestas, lo que demuestra la comprensión del concepto de función lineal.

Figura 14. Respuestas de algunas preguntas del test final del estudiante Darwin de 9-1.



Estiven de 9-1 resolvió correctamente el test final, sin embargo no seleccionó el número de entradas al gimnasio como una magnitud importante para resolver la situación, tampoco explicó detalladamente por qué elegía cada variable. Así mismo las estudiantes: Manuela, y María Camila, resolvieron la situación de manera satisfactoria, la diferencia con Deisy, Darwin y Juan

Pablo fue que nombraron parcialmente las variables con las que obtuvieron la función lineal y no explicaron con la exactitud de los discentes el porqué de la elección de las variables asociadas al planteamiento.

Por otra parte tres estudiantes de 9-2 graficaron y tabularon correctamente la información, plantearon una ecuación para resolver la situación sin hacer explícita la razón de cambio, además mostraron ambigüedad a la hora de nombrar las variables, motivo por el cual se consideró la respuesta como parcialmente correcta, adicionalmente 2 de estos estudiantes responden parcialmente bien las preguntas relacionadas con las variables dependiente e independiente, lo cual deja ver confusión en el concepto y el estudiante que identifica las variables, no registró la tarifa de cada ingreso como magnitud importante para resolver el planteamiento, ni identificó la razón de cambio lo cual se visualiza en la función que modeló, es de anotar que en este grupo hay dos estudiantes acomodadores, uno de ellos es muy disciplinado y se esfuerza por obtener buenos resultados, es autónomo y el otro es todo lo contrario, la tercera persona es asimiladora, se considera que no alcanzó a modelar la situación porque en 9-2 se trabajó el concepto de manera tradicional.

Continuando con los estudiantes que obtuvieron un mejor desempeño se hace referencia a Yerina, Mariana, Jhoan y Jhan Carlo de 9-1, Ellos modelaron la situación, graficaron correctamente los datos de la tabla de valores y nombraron correctamente los ejes, Mariana los nombró sólo con x e y respectivamente y no menciona el número de entradas al gimnasio como magnitud importante para resolver el planteamiento, sólo contempla el costo de una entrada, por su parte Yerina en preguntas previas en las que debía identificar las magnitudes que permanecían constantes y las que variaban no respondió de manera asertiva, Jhoan aunque eligió el precio como una magnitud constante no especificó que se trataba del precio para una sola entrada al gimnasio, de igual forma Jhan Carlos identificó sólo el precio como una de las magnitudes importantes para resolver la situación, omitiendo la cantidad de entradas, magnitud que se requiere para diligenciar el planteamiento. Estos escolares no fueron tan específicos al nombrar las variables que intervenían en el modelo del problema, son detalles simples, pero que marcan diferencia con el grupo inicial de estudiantes relacionados al principio de este análisis los cuales tuvieron un desempeño impecable, que no daba lugar a ambigüedades.

Es de anotar que los escolares que obtuvieron un desempeño impecable se caracterizan en la clases de matemáticas por comprender los conceptos tratados, son receptivos, mantienen la concentración, la atención, siguen procesos y trabajan en las actividades asignadas, acciones que los clasifican como asimiladores dentro de los estilos de aprendizaje propuestos por el psicólogo David Kolb, este tipo de personas se caracterizan porque según (Gómez,, s.f) “Son teóricos, reflexivos, y tienden a ser pacientes. Observan, racionalizan y reflexionan. Ven y conceptualizan a fin de construir modelos (p. 13).

A partir de este momento, se registran los estudiantes tanto de 9-1 como de 9-2 que no alcanzaron a modelar la situación, para empezar se relacionan seis estudiantes de 9-2 que identifican la variable dependiente, la independiente, tabulan y grafican bien los datos, además dos nombran los ejes y los restantes no lo hacen, dos de estas personas no establecen las magnitudes que cambian según la tabla de valores, otra las identifica de manera parcial, otra no selecciona la razón de cambio y un estudiante expresa que sólo el número de boletas se requiere para resolver el problema, es importante resaltar que ninguno modeló la situación. Cuatro discentes de este grupo son asimiladores y dos se muestran como divergentes (Gómez,, s.f)“Son particularmente sensibles y están orientados a la gente. Prefieren trabajar en grupos y se desempeñan bastante bien en el reconocimiento y comprensión de los problemas sociales.” (p.12).

Continuando con los escolares que no lograron modelar la situación, se encuentra que cuatro estudiantes de 9-1 identificaron la variable dependiente, la independiente, y graficaron correctamente la situación. Dos de estas personas únicamente seleccionaron el número de entradas como magnitud importante para solucionar el problema, mientras que las otras dos también identificaron el precio de la entrada como magnitud necesaria para realizar los cálculos correspondientes, una de estas últimas discentes tampoco identificó la razón de cambio lineal asociada al problema, y las otras 3 estudiantes restantes señalaron el precio como constante sin especificar que era el valor de una sola entrada según la tiquetera elegida.

Todas las discentes del grupo anterior refieren a la multiplicación como la operación que se

da entre las variables para calcular el valor a pagar por cualquier cantidad de entradas, sin embargo ninguna halla la función lineal involucrada, mostrando una baja comprensión en los procesos de generalización y modelación, de este grupo 2 estudiantes son asimiladoras se han destacado por su buen desempeño en matemáticas pero por la inasistencia a algunas de las sesiones de clase no lograron modelar la situación, las 2 escolares restantes se han mostrado durante el año escolar como personas acomodadoras, es decir, (Gómez., s.f), según personas que:

Actúan más guiándose por sus intuiciones e instintos que por análisis lógicos. De hecho, por lo general prefieren que otras personas hagan los análisis de tipo lógico más que hacerlos ellos mismos. Confían en los demás para obtener la información necesaria. (p.15)

Para continuar se mencionan los grupos que además de tener dificultades para modelar la situación muestran confusión a la hora de elegir la variable dependiente y la independiente. En 9-1 Cinco estudiantes identificaron las variables involucradas en el problema (sólo una no registró el número de entradas al gimnasio como magnitud importante), llenaron la tabla de datos correspondiente, graficaron bien (excepto una persona), todos muestran deficiencias frente a la elección de las variables dependiente e independiente porque contestaron correctamente algunas preguntas asociadas y otras de manera incorrecta, lo cual los llevó a no formalizar la función correspondiente, en este grupo hay dos estudiantes asimiladores, uno que no se involucró en forma activa en las actividades asignadas durante la intervención lo cual impidió el logro de los objetivos, y el otro joven ha perdido su interés en el estudio como consecuencia del consumo de SPA y las otras dos personas son acomodadoras, no muestran una actitud positiva en las clases lo que repercute negativamente a la hora de matematizar los problemas de su entorno.

Ahora se relacionan las personas que no identificaron la variable dependiente, ni la independiente, además no modelaron la situación. Mientras que en el grupo 9-1 cuatro estudiantes registraron bien los valores en la tabla, los graficaron adecuadamente, y seleccionaron las variables asociadas al planteamiento, en 9-2 lo hicieron dos estudiantes. De las cuatro personas de 9-1, dos son muy ágiles en la aplicación de fórmulas e identidades matemáticas, si bien esto es importante, es una labor mecánica, y el proceso de modelación es más riguroso, de igual forma hay un estudiante asimilador, que ha disminuido su participación y trabajo en clase y la cuarta integrante

es acomodadora y ha tenido dificultades frente al consumo de SPA. De igual modo las dos estudiantes de 9-2 son asimiladoras, una de ellas es más disciplinada que la otra quien es más tranquila y no muestra interés en todas las clases, estas actitudes afectan el proceso de modelación, el cual requiere de paciencia, dedicación y esfuerzo.

En este punto se presentan grupos de estudiantes con dificultades para establecer las magnitudes necesarias para resolver el problema, identificar la variable dependiente, la independiente, modelar y graficar la situación, es así como en un grupo de 9-1 conformado por tres personas, todos tabulan los datos correctamente, seleccionan el precio como magnitud importante para resolver el problema, obviando el número de ingresos para entrar al gimnasio, no identifican la constante de proporcionalidad ni la variable dependiente e independiente y lógicamente no hallan la expresión que modela la situación, responden algunas preguntas correctamente y algunos de ellos dejan preguntas sin resolver. De este equipo dos estudiantes son asimiladores pero una ha faltado con frecuencia a la institución a raíz de problemas familiares, el otro no ha tenido motivación frente a su proceso de enseñanza y aprendizaje, el último integrante es acomodador y consumidor de SPA lo que ha influido negativamente en su proceso.

Así mismo, de un grupo de tres estudiantes de 9-2 sólo uno graficó correctamente, los otros dos graficaron parcialmente bien, una persona no trazó el punto $(0,0)$ y no nombró los ejes, y la otra ingresó algunos datos errados a la tabla producto de dificultades con el proceso de multiplicación, dos seleccionaron parcialmente las variables para resolver la situación y en general hay personas que tienen dificultades para elegir la razón de cambio y para determinar las magnitudes que cambian, en este grupo obviamente no se logró modelar la función lineal. Dos personas de este grupo son asimiladoras y la otra es acomodadora.

De manera similar al equipo anterior cuatro estudiantes de 9-2 tabularon adecuadamente, una graficó correctamente sin nombrar los ejes, otra parcialmente y las demás graficaron mal la función, de este grupo 3 personas hallaron parcialmente las magnitudes que variaban, y sólo una responde acertadamente a las preguntas relacionadas con las magnitudes importantes para resolver la situación y halla la razón de cambio, todos tienen dificultades para hallar la variable dependiente y la independiente, esto último se evidencia porque algunas preguntas asociadas las resolvieron

bien y otras por el contrario no, como consecuencia no modelaron la función lineal, en este último paso tres estudiantes no responden y el otro afirma que se requiere hacer multiplicaciones y divisiones para calcular el costo de cualquier número de entradas.

Una persona de 9-2 sólo contestó tres preguntas acertadamente, en estas está incluido el registro de datos en la tabla, indicó el precio como magnitud necesaria para resolver la situación y resolvió parcialmente la pregunta que indagaba por las magnitudes que variaban, no graficó, no encontró la variable dependiente, la independiente y no modeló la situación, cabe anotar que únicamente respondió cinco preguntas y dejó las 8 restantes sin solucionar. El joven se ha caracterizado por ser asimilador, el año pasado tenía muy buen desempeño en matemáticas sin embargo este año ha descuidado sus estudios, disminuyendo notablemente su desempeño y su motivación.

Para finalizar se observa que un estudiante de 9-1 sólo respondió dos preguntas incorrectamente y no diligenció el resto del test, dejando ver la falta de dominio conceptual producto de su desinterés durante la intervención y de su desempeño académico habitual, se caracteriza por ser un chico distraído, quien no activa los dispositivos básicos del aprendizaje como la atención, la concentración y la escucha que se requiere para emprender una labor académica, además posiblemente es acomodador.

Un caso prácticamente idéntico al anterior ocurrió con una discente de 9-2, contestó la primera pregunta que indagaba por el precio de la tiquetera que adquirió la persona no afiliada a Comfama y dejó el resto del test sin solucionar, aunque se le sugirió que leyera en varias ocasiones afirmaba no entender, la estudiante es asimiladora y su desempeño en matemáticas fue mejor durante el año previo 2016.

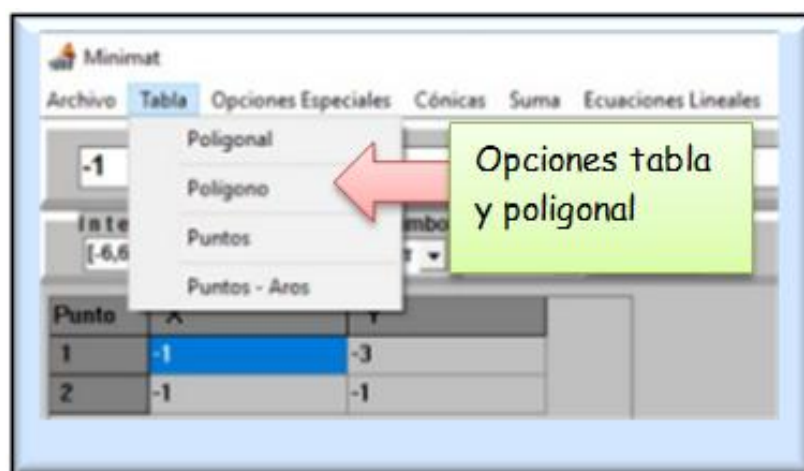
En conformidad con el análisis expuesto se concluye que el grupo 9-1 en el cual se aplicó la propuesta de enseñanza basada en la modelación matemática con el uso del software Minimat para la enseñanza de la función lineal mostró un mejor desempeño y comprensión del concepto que el grupo 9-2 en el que se abordó el concepto de manera tradicional, lo que confirma la efectividad y relevancia de la estrategia de enseñanza y del ciclo de la modelación matemática de Blum y

Borromeo (2009) con el fin de obtener un aprendizaje significativo en el aula.

3.4.5 Aportes del laboratorio de matemáticas Minimat

A través de la opción tabla y poligonal (Ver figura 15) que ofrece el laboratorio de matemáticas Minimat se logró que una gran parte de los estudiantes de 9-1 modelaran gráficamente una función a partir de una tabla de valores.

Figura 15. Opción tabla y poligonal del laboratorio Minimat



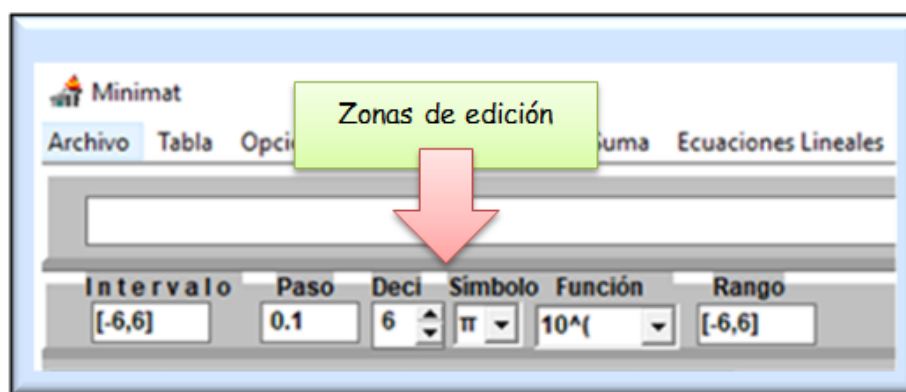
Fuente: Laboratorio Minimat 2016.

Las opciones que se muestran en la figura 15 le permitieron al estudiante ingresar los datos de las abscisas (valores de la variable independiente) y las ordenadas de cada punto (valores de la variable dependiente), para estas últimas fue necesario que cada discente hiciera los cálculos correspondientes, razón por la cual en ocasiones se presentaban errores que se visualizan en la gráfica de la función, los cuales podían ser corregidos, esta acción brindaba la posibilidad de ensayo y error, el cual se aprovechó para discutir con los escolares y determinar si las soluciones eran razonables. También por medio de los comandos tabla y poligonal se reforzó la ubicación de puntos en el plano cartesiano, en especial se insistió en el trazado del punto (0,0) por el cual pasa la función lineal, además se enfatizó en el axioma de Euclides que garantiza que por dos puntos pasa una y solamente una línea recta, razón por la cual con dos puntos era suficiente para graficarla.

Los estudiantes hicieron uso de las opciones tabla y poligonal para representar gráficamente las diversas situaciones presentadas en la propuesta de enseñanza. Un caso concreto fue la situación que indicaba que el salario de un conductor de la ruta de buses 041A de la comuna Aranjuez Anillo se generaba a partir del número de personas que utilizaban el servicio; por cada pasajero que transportaba recibía \$270. Para esto los estudiantes ingresaban en la opción tabla varias parejas ordenadas, tantas como lo deseaban o como se les solicitaba; la abscisa de cada pareja era el número de pasajeros y la ordenada el valor que recibía el conductor, de tal manera que: si transportaba a dos personas recibía \$540, si transportaba a 3 personas recibía \$810 y así sucesivamente. Es claro que en esa relación intervenían dos variables: la cantidad de pasajeros transportados y el valor que recibía el empleado, las cuales eran respectivamente la variable independiente y la variable dependiente, la razón de cambio entre las magnitudes dependiente e independiente era \$270, dicha razón representaba el valor de la pendiente de la recta, los estudiantes llegaban a estas conclusiones a partir de sus observaciones o con preguntas guiadas por la docente. Con la zona de edición denominada función señalada en la figura 16 y el comando evaluar los estudiantes pudieron verificar algunos valores de las ordenadas de los puntos que emplearon en las opciones tabla y poligonal.

En la zona función se escribe la expresión constante o algebraica que se va a evaluar o a graficar y posteriormente al dar clic en evaluar la calculadora Minimat entrega automáticamente las diversas parejas ordenadas, en ese sentido los estudiantes indicaban que era mejor porque no tenían que realizar ningún tipo de cálculo, lo que evitaba errores y economizaba tiempo.

Figura 16. Zona e de edición del programa Minimat



Fuente Laboratorio Minimat 2016

Además con la zona función y el botón evaluar fue posible graficar varias funciones lineales en el mismo plano para comparar sus pendientes, contribuyendo así a la comprensión de los diferentes conceptos.

El mayor reto para los estudiantes con estos últimos comandos se presentó en las zonas de edición que también debían emplear como lo son intervalo en la que ingresaban un valor mínimo y máximo para la variable independiente y en el rango en el cual se ingresaban los valores mínimo y máximo para la variable dependiente que se quería graficar, en este punto se pudo definir lo que es el dominio y el rango de una función de variable real.

Las zonas de edición paso también generaron dificultad, estas vienen preestablecidas en 0,1 lo cual indica el número de subdivisiones de cada intervalo y genera el número de puntos en los cuales será evaluada la expresión en cuestión, esta opción se empleó con una frecuencia menor que las demás, al igual que la opción deci que se refiere al número de decimales que se tendrán en cuenta en la realización de cálculos y en el redondeo de los resultados que por defecto se muestra en 6 y es suficiente para realizar las operaciones.

El botón subintervalo fue de gran utilidad para los estudiantes porque les permitía ajustar la escala en los ejes x e y para graficar puesto que en ocasiones los valores de la variable dependiente eran muy grandes y si esta escala permanecía en 1 para el eje y, no se visualizaba la gráfica, en este caso los discentes decían que el programa no funcionaba, por eso fue necesario recordarles constantemente que debían ajustar el subintervalo.

Finalmente concluyeron que para visualizar la gráfica de manera más clara y organizada se requería emplear el valor de la pendiente de la función lineal que estuvieran graficando, adicionalmente a esto, que al activar la opción trazar escuadra se podía marcar la pendiente de la recta y observar mejor las predicciones sobre cada función, porque la escuadra marca el valor de las coordenadas de cada punto de la recta.

3.5 Conclusiones

En el test de conocimientos previos aplicado a los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán se puso de manifiesto que la mayoría de los estudiantes posee dificultades para leer los datos de una gráfica, a menos que los puntos aparezcan marcados indicando las respectivas coordenadas, así mismo el test inicial revela que los escolares tienen dificultades para hallar el valor numérico de una expresión algebraica presentada en notación funcional ($f(n)$), estos resultados indican una serie de obstáculos que se requieren superar para obtener un aprendizaje significativo con respecto a la función lineal particularmente en sus formas de representación: gráficas, tablas de valores y expresiones matemáticas.

El contexto de los estudiantes fue un elemento fundamental para el diseño y la aplicación de la propuesta didáctica basada en la modelación de la función lineal, se evidenció porque la mayoría de los discentes al conocer las situaciones mantuvieron el interés en estas lo que les facilitó la elaboración de las respectivas representaciones mentales que son importantes para la matematización y la modelación de la función lineal, las cuales están contempladas en los pasos del ciclo de la modelación matemática propuesto por los autores (Blum & Borromeo, 2009)

Se resalta la importancia del uso del laboratorio matemático Minimat como herramienta para modelar gráficamente una función, inicialmente se emplean las opciones tabla y poligonal a través de estas los escolares ingresan los valores de la variable independiente y realizan cálculos para hallar las imágenes correspondientes (Valores que toma la variable dependiente) obteniendo así las parejas ordenadas para ubicar en el plano cartesiano, este hecho ayudó a superar las dificultades encontradas en el diagnóstico inicial, en los cálculos que efectúa el estudiante se pueden generar errores que se visualizan en la gráfica, los cuales pueden ser corregidos y se convierten en una oportunidad para que los estudiantes discutan sobre la pertinencia de algunos resultados.

En un segundo momento se empleó la zona de edición función de Minimat en la cual se ingresa la expresión que nos interesa graficar, luego a través del comando evaluar el programa

Minimat entrega los diferentes puntos para graficar, de este modo se evitan los errores y se ahorra tiempo que puede ser empleado para el estudio de otra clase de funciones, cabe anotar que al emplear la zona de edición función también se requiere hacer uso al menos de las zonas intervalo, rango y del botón subintervalo para que la gráfica se visualice de manera más óptima. De acuerdo a lo anterior el estudiante se hace responsable de la construcción de su propio conocimiento de una manera activa lo que contribuye al desarrollo del pensamiento variacional en el aula.

Los resultados del test final arrojan que el grupo experimental obtuvo mejor desempeño que el grupo control. Esto se ve reflejado en el rendimiento del primer grupo en cada uno de los pasos del ciclo de la modelación matemática de (Blum & Borromeo, 2009), se observa que este grupo comprende la tarea (Paso 1), es decir, comprende la situación, gracias a que a través de la propuesta de enseñanza modelaron situaciones del entorno, esto les permitió mantener el interés en el proceso y hacer las respectivas representaciones mentales, por esta razón no fue necesario la elaboración de un boceto, caso contrario ocurrió en el grupo control en el cual se suscitaron varias preguntas que hacían referencia a la comprensión lectora de la situación, en lo que respecta al paso 2: el establecimiento del modelo, también se hizo evidente una mayor habilidad del grupo experimental para extraer los datos importantes sobre la situación, es decir, para identificar las magnitudes que intervenían, la variable dependiente, la independiente y como consecuencia la matematización de la situación, en el grupo experimental se logró que un porcentaje mayor determinara el modelo de variación lineal que representaba el problema, lo que indica un rendimiento superior en los procesos de generalización, así mismo se resalta que este grupo se desenvolvió más eficientemente en los pasos 3 y 4 denominados respectivamente : usando matemáticas y explicación de resultados, se observó que gran parte de los escolares del grupo en el que se aplicó la propuesta de enseñanza hicieron los cálculos solicitados correctamente, las respectivas predicciones y analizaron si los resultados encontrados eran coherentes con la situación presentada.

De acuerdo a lo anterior se percibe que el ciclo de la modelación (Blum & Borromeo, 2009)) permitió a los estudiantes resolver diversas situaciones de manera práctica según la necesidad de aprendizaje porque el ciclo no requiere ser desarrollado en forma lineal y se puede reiniciar en

cualquier punto del proceso. Además que este ciclo y el laboratorio matemático Minimat son efectivos en la adquisición del aprendizaje significativo de la función lineal en comparación del uso exclusivo de métodos tradicionales, no se sugiere el abandono de estos últimos sino una combinación entre estos que permitan mejorar las prácticas de enseñanza en la secundaria y en la media.

3.6 Recomendaciones

Como complemento de esta propuesta de enseñanza o para trabajos futuros se sugiere emplear la zonas de edición función, intervalo, deci, paso y rango combinadas con el comando evaluar del laboratorio matemático Minimat para el estudio de rectas paralelas, perpendiculares, funciones trigonométricas y para las demás funciones polinómicas, además se recomienda presentar una o más gráficas de funciones simultáneamente en el entorno de Minimat para que los discentes inventen sus propias situaciones o discutan sobre fenómenos del contexto que se puedan abordar a partir de las expresiones que las representan. Se aclara que en esta propuesta el objetivo era el estudio de la función lineal, motivo por el cual no se abordaron dichos conceptos, en la secuencia didáctica se trabajó principalmente con la opción de tablas y poligonal pero se reconoce el potencial de las zonas de edición y del botón evaluar para el estudio general de las funciones no sólo en el grado 9, sino también en los grados 8, 10 y 11.

Se propone adaptar las situaciones sobre la función lineal que provienen del contexto de los estudiantes de manera tal que cumplan con las condiciones de la función afín, esta labor le resultará más fácil al docente con las habilidades que adquiere para modelar situaciones en el aula una vez haya aplicado la estrategia de la modelación matemática con sus estudiantes.

Se recomienda aplicar la estrategia de la modelación matemática de manera dosificada evitando en lo posible que sea en el cierre del año escolar momento en el que se presentan múltiples actividades que pueden entorpecer los procesos, además se sugiere el empleo de un tiempo prudente para abordar los conocimientos previos asociados a la función lineal que hayan arrojado un desempeño bajo en el pretest y que por motivo de tiempo en esta propuesta se fueron explicando durante el desarrollo de la secuencia didáctica.

Referencias

- Ajinovich, & Mora. (2009). *Estrategias de enseñanza. Otra mirada al que hacer en el aula.* . Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Alcaldía de Medellín. (2014). *Plan de desarrollo local /comuna 3.Manrique*. Recuperado de https://www.medellin.gov.co/irj/go/km/docs/pccdesign/SubportaldelCiudadano_2/PlandeDesarrollo_0_15/InformacinGeneral/Shared%20Content/Documentos/comunas/COMUN A3_MANRIQ.
- Alvarado, L. & García, M. (2008). *Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas*.
- Berrio, Bustamante, Ocampo, Osorio, & Villa. (2008). *El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos.* . Encuentro colombiano de matemática educativa.: Recuperado: <http://funes.uniandes.edu.co/936/1/4Cursos.pdf>.
- Biembengut, M., & Hein, N. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática, 16(002), 105-125*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>.
- Blum, & Borromeo. (2009). *Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application*.
- Comfama . (2017). *Tarifas gimnasios*. Recuperado de <http://gimnasios.comfama.com/contenidos/servicios/gimnasios/nuestras-sedes/aranjuez/aranjuez.asp>.
- Duran, C. (2014). *“Los recursos informáticos en la enseñanza de las matemáticas en el primero de bachillerato del Colegio Técnico “César Andrade y Cordero”*. Ecuador: Recuperado de: <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/5264/3/TESIS.pdf>.
- Escalante, & Cuesta. (2012). *Dificultades para comprender el concepto de variable: un estudio con estudiantes universitarios* . Educación Matemática, Santillana, (24), núm. 1, pp. 107-132.: Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40525850002.pdf>.
- Escalante, & Cuestas. (2012). *Dificultades para comprender el concepto de variable: un estudio con estudiantes universitarios* . Educación Matemática, Santillana, (24), núm. 1,: Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40525850002.pdf>.
- Gómez,, J. (s.f). *El aprendizaje experiencial. Universidad de Buenos Aires. Facultad de*

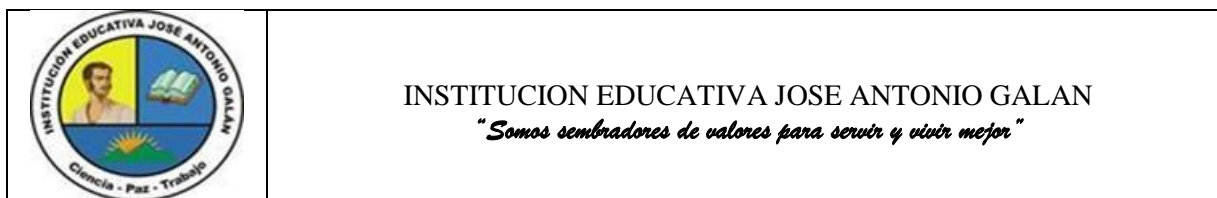
- Psicología*. Recuperado de:
http://www.ecominga.uqam.ca/pdf/bibliographie/guide_lecture_5/1/3.Gomez_Pawelek.pdf
 df periódico.
- Larson, Hostleter, & Edwards. (1995). *Cálculo y Geometría Analítica*. . España: McGraw-Hill. Quinta edición. Volumen 1(libro).
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. . Bogotá.
- Meseguer, R. (2016). *El aprendizaje y enseñanza de funciones y gráficas en 3º de ESO (Educación Secundaria Obligatoria)* . Madrid: Universidad internacional de la Rioja:
 Recuperado
 de:<https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3969/MESEGUER%20GARCIA%2C%20RAUL.pdf?sequence=1>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos básicos de Aprendizaje en matemáticas. Bogotá*. Recuperado de
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Mallas de aprendizaje de matemáticas .Medellín*. . Recuperado de
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/CARTILLA-INTRODUCTORIA_.pdf.
- Montoya , B. (2015). *Propuesta de identificación del aporte de los recursos tecnológicos en la comprensión del concepto de función lineal de los estudiantes del grado noveno en la institución educativa José Miguel De Restrepo y Puerta de Copacabana*. Universidad Nacional -Sede Medellín: Recuperado
 de:<http://bdigital.unal.edu.co/49579/1/15508138.2015.pdf>.
- Muñoz, et al. (2012). *Muñoz, O (2012).Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC*. Revista de la Facultad de Ciencias Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín: Recuperado de: file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/49044-239534-1-PB%20(2).pdf.
- Posada , & Villa. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. (Tesis de maestría)*. Universidad de Antioquia:
 Recuperado de
https://drive.google.com/drive/u/1/folders/0BzArOn_JJZRTRXJHcUdHS290M28.

- Posada, & Villa. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. (Tesis de maestría)*. Universidad de Antioquia: Recuperado de https://drive.google.com/drive/u/1/folders/0BzArOn_JJZRTRXJHcUdHS290M28.
- Restrepo , B. (2004). *La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. Educación y Educadores*. .Recuperado de <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400706>>.
- Rodríguez, M. (2004). *La teoría del aprendizaje significativo*. Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.). C/ Pedro Suárez Hdez, s/n. C.P. nº 38009 Santa Cruz de Tenerife.: Recuperado de <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>.
- Soto., S. (2015). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio*. Universidad Nacional, Sede Medellín: Rceuperado de: .
- Tobón, Pimienta, & García. (2010). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*. Recuperado de <http://evaluaciondocente.sep.gob.mx/materialesms/tobonpimientagarciasecuenciasdidacticasaprendizajeyevaluaciond>.
- Trigueros, & Ursini. (2006). *¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? Educación matemática*. Santillana: Recuperado de https://www.academia.edu/28320619/_Mejora_la_comprensi%C3%B3n_del_concepto.
- Universidad Nacional. (2016). *Manual del programa Minimat*. . Recuperado de <https://ciencias.medellin.unal.edu.co/maescen/index.php/procesos-internos/laboratorio-de-matematicas>.
- Villa, J. (2007). *La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo*. Revista Tecno-Lógica No. 19.
- Villareal. (2012). *Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. Innovación y experiencias*. Año 3, (5) ,73-94. Universidad Nacional de Córdoba : Recuperado de <file:///D:/Ultima%20revision%20proyecto%20de%20grado/3014-10279-2-PB.pdf>.
- Zúñiga, M. (2009). *Un estudio acerca de la construcción del concepto de función visualización en alumnos de un curso de calculo*. Recuperado de:

file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/un-estudio-acerca-de-la-construccion-del-concepto-de-funcion-visualizacion-en-alumnos-de-un-curso-de-calculo-i.pdf.

Anexos

Anexo A. Prueba diagnóstica (Pretest)



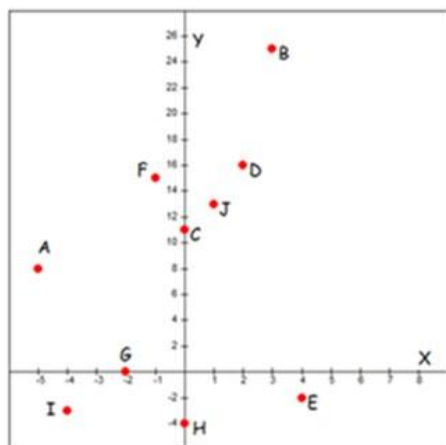
Pretest de conocimientos previos. Área: matemáticas. Docente: Jannet Franco García. Grado: noveno uno. Fecha: octubre ____ de 2017

Nombre:

Tiempo total: 1h.

Objetivo: Diagnosticar el desempeño inicial de los estudiantes de grado noveno en la comprensión de los conceptos previos asociados a la construcción del concepto de función lineal. Lea el siguiente test y elija la opción que considere correcta:

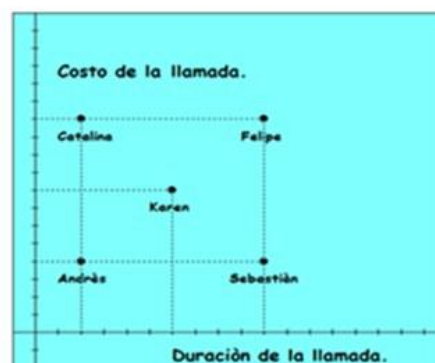
1. Las coordenadas x e y de los puntos A, B, G e I, Son respectivamente:



- $A = (-5, 8), B = (3, 25), G = (-2, 0), I = (-4, -3)$.
- $A = (8, -5), B = (25, 3), G = (0, -2), I = (-3, -4)$.
- $A = (-5, 8), B = (3, 25), G = (0, -2), I = (-4, 4)$.
- $A = (8, -5), B = (3, 25), G = (-3, -4), I = (0, -2)$.

Las preguntas 2 a 5 se responden con base en la siguiente información:

Cinco personas en la ciudad de Medellín han realizado llamadas telefónicas a diferentes ciudades del país, en la siguiente gráfica se representa el precio y la duración de cada llamada.



2. Completa los siguientes enunciados con las palabras más que, menos o lo mismo que según corresponda.

- Catalina habló durante _____ tiempo que Sebastián.
- Catalina _____ habló _____ el _____ tiempo que Andrés.
- La llamada de Sebastián costó _____ que la llamada de Felipe.
- La llamada que realizó Felipe duró el mismo tiempo que la llamada realizada por _____, sin embargo el costo de la llamada de _____ fue menor.

3. Las personas que hablaron durante menos tiempo fueron:
- Sebastián y Andrés
 - Catalina y Andrés
 - Catalina y Felipe
4. La personas que hablaron durante un periodo de tiempo más largo fueron:
- Sebastián y Felipe.
 - Catalina y Andrés
 - Catalina y Felipe
 - Sebastián y Andrés
5. Las personas que pagaron mucho por la llamada fueron:
- Sebastián y Andrés
 - Sebastián y Felipe.
 - Catalina y Felipe
 - Felipe y Sebastián

Contesta las preguntas 6 y 7 de acuerdo a la situación:

En los días de calor, una heladería incrementa sus ventas de paletas de agua, Por eso su dueño decidió elaborar una tabla de precios que le permita realizar el cobro a sus clientes de una manera más ágil.

6. Ayúdale a completar la tabla.

Cantidad de paletas	0			3900		6500					
Precio (pesos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

7. El costo de 25 paletas es:
- Las 25 paletas tienen un costo de \$ 29500
 - Las 25 paletas tienen un costo de \$ 32500
 - Las 25 paletas tienen un costo de \$ 26000
 - Las 25 paletas tienen un costo de \$ 39.000

8. La serie de todos los números impares $\dots -3, -1, 1, 3, 5, \dots$ se puede generar a partir de la forma de un número impar así $f(n) = 2n + 1$ para $n \in \mathbb{Z}$, es decir, para n un número entero. El valor de la expresión cuando $n = -8$ es:

- 7
- 15
- 10
- 9

9. Una persona devenga \$3600 por hora laborada, además recibe una comisión al día de \$2500, considere que H representa el número de horas laboradas en un día. Una expresión algebraica que representa este hecho es:

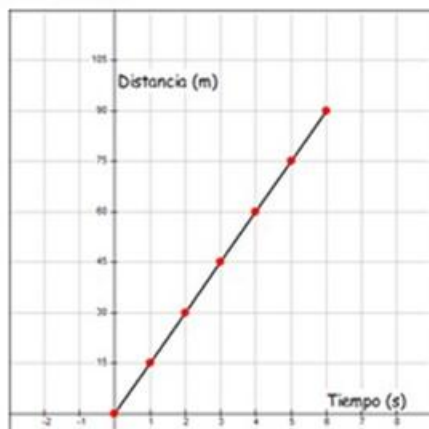
- $3600 \cdot H + 2500$
- $2500(3600 + H)$
- $8H \cdot 3600 + 2500$
- $2500 \cdot H + 3600$

10. Andrea obtuvo las siguientes notas en matemáticas: 5, 4.3, 3.3, 2, 4.8.

Su promedio en el área es:

- 3.8
- 4.2
- 3.6
- 4.0

Resuelve las preguntas 11 a 15 con base en la siguiente gráfica, la cual muestra la relación entre la distancia en metros que recorre un móvil que viaja a una velocidad constante y el tiempo en segundos que invierte en su recorrido.



11. La distancia total recorrida por el móvil es:

- a. 90 m
- b. 105 m
- c. 75 m
- d. 15 m

12. El tiempo total que duró su movimiento es:

- a. 10 s
- b. 4 s
- c. 8 s
- d. 6 s

13. La distancia recorrida por el móvil a los 3 s es:

- a. 15 m
- b. 30 m
- c. 90 m
- d. 45 m

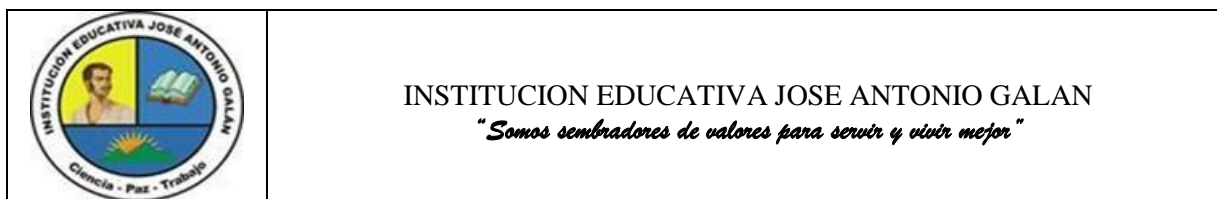
14. Si el móvil continuara su movimiento, a los 12 s, habrá recorrido una distancia de:

- a. 150m
- b. 180 m
- c. 105 m
- d. 120 m

15. Completa la tabla de acuerdo con la gráfica anterior

Distancia (m)	0						
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6

Anexo B. Prueba Final (Evaluación final).



Test final sobre la modelación de la función lineal. Área: matemáticas. Docente: Jannet Franco García. Grado: noveno____. Fecha: ____de 2017. Tiempo máximo disponible: 1 hora.

Nombre: Lea cuidadosamente el enunciado de la situación del contexto asignada y responda cada pregunta de manera clara y detallada. No se permite el uso de celulares. Comfama: la caja de compensación familiar de Antioquia, es una entidad privada, vigilada por el Estado colombiano, se encarga del bienestar de la familia y sus afiliados. La sede Aranjuez ubicada en la Carrera 51B # 91 - 95 ofrece varios servicios a toda la comunidad en general: biblioteca, fomento de la salud, educación, recreación y deportes. Además de estos servicios, sus afiliados cuentan con la cuota monetaria, créditos, subsidio de vivienda y de desempleo.

El gimnasio de la sede Aranjuez ofrece los siguientes horarios

Horario normal:

De lunes a jueves: 7:00 a.m. a 9:00 p.m.

Viernes: 7:00 a.m. a 8:00 p.m.

Sábados: 7:00 a.m. a 1:00 p.

Domingos y festivos: 7:30 a.m. a 1:00 p.m.

Horario especial

Lunes a viernes: 9:00 a.m. a 4:00 p.m.

Sábados, domingos y festivos 8:00 a.m. a

1:00 p.m.

Las tarifas para el uso de los servicios van de acuerdo a la siguiente clasificación salarial:

Tarifa A	Tarifa B	Tarifa C	Tarifa D
Afiliados que devengan hasta \$1.475.434	Afiliados que ganan entre \$1.475.435 y \$2.950.868	Afiliados que ganan más de \$2.950.869	No afiliados

Una persona no afiliada está interesada en hacer uso del gimnasio, para ello consulta en la página de Comfama, encuentra que hay boletas individuales para una sola entrada y hay tiqueteras para varias entradas. Decide comprar una tiquetera para 4 entradas en horario especial; porque así ahorra dinero.

En la siguiente tabla está registrado el valor de una tiquetera para cuatro entradas

Tarifa A	Tarifa B	Tarifa C	Tarifa D
\$ 5.800	\$ 6.600	\$ 10.500	\$ 11.800

1. Cuánto dinero paga la persona por la tiquetera?

2. ¿De acuerdo con la tiquetera comprada cuál es el valor de una entrada?

3. El usuario desea llenar una tabla y realizar el cálculo hasta para 8 entradas, con el fin de

asistir al gimnasio 2 veces a la semana.

Registra los valores que hagan falta.

Entradas	1	2	3	4	5	6	7	8
Precio								

4. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?

5. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada en la tabla?

6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según la tabla?

7. ¿El precio depende de las entradas al gimnasio o las entradas al gimnasio dependen del precio? Explique

8. A la magnitud que depende de otra se le conoce como variable dependiente, esta variable se grafica en el eje Y y la variable independiente se grafica en el eje X, de acuerdo a esto: ¿Cuál magnitud graficamos en el eje x y cuál en el eje y?

.

.

9. Escriba las parejas ordenadas que se forman con los valores consignados en la tabla del numeral 3 y grafíquelas en el plano cartesiano. ¿Cuál sería la primera y la segunda componente de las parejas ordenadas? Explique

10. Grafique en el plano cartesiano las parejas obtenidas en el numeral 9.

11. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?

12. Escriba todas las operaciones y calcule el valor de:

- a. 12 entradas al gimnasio
- b. 16 entradas al gimnasio
- c. 20 entradas al gimnasio

14. ¿Existe alguna expresión matemática que permita calcular el precio para cualquier número de entradas? En caso de existir, escríbela nombrando sus variables previamente

Anexo C. Test final de la estudiante Deisy de 9-1

Por cada entrada pago 2950

3. El usuario desea tener una tabla y realizar el cálculo hasta para 8 entradas, con el fin de saber al gimnasio 2 veces a la semana. Registra los valores que hacen falta.

Precio (pesos)	0	2950	5900	8850	11800	14750	17700	20650	23600
Número de Entradas	0	1	2	3	4	5	6	7	8

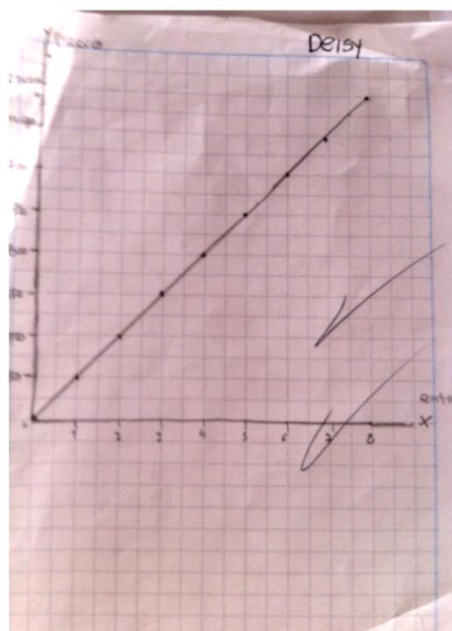
4. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?
 a) precio de la entrada y el número de la entrada

5. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada en la tabla?
 el precio de la entrada siempre va ser 2950 independientemente de que entre al gimnasio o no

6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según la tabla?
 el número de entradas, el precio de la entrada

7. ¿El precio depende de las entradas al gimnasio o las entradas al gimnasio dependen del precio? Explique.
 Precio depende del número de las entradas, porque el precio va a seguir igual así el entre o no entre al gimnasio

8. A la magnitud que depende de otra se le conoce como variable dependiente, esta variable se grafica en el eje Y y la variable independiente se grafica en el eje X, de acuerdo a esto ¿Cuál magnitud graficamos en el eje x y cuál en el eje y?
 y = independiente: Precio
 x = dependiente: entradas



b. 16 entradas al gimnasio = 49200

c. 20 entradas al gimnasio = 59000

13. ¿Existe alguna expresión matemática que permita calcular el precio para cualquier cantidad de días? En caso de existir, escríbala mostrando sus variables previamente.

Sea P el precio y Sea E el número de entradas

$P = 2950 (E)$

✓ P es el precio de una entrada o el valor a cancelar por el # de entradas

Anexo D. Test final del estudiante Juan Pablo de 9-1.

2. De acuerdo con la fregetera comprada cuál es el valor de una entrada?
 $11.800 / 4 = 2950$

3. El usuario desea llenar una tabla y realizar el cálculo hasta para 8 entradas, con el fin de asistir al gimnasio 2 veces a la semana. Registra los valores que hagan falta.

Precio (pesos)	0	2950	5900	8.850	11.800	14.750	17.700	20.650	23.600
Número de Entradas	0	1	2	3	4	5	6	7	8

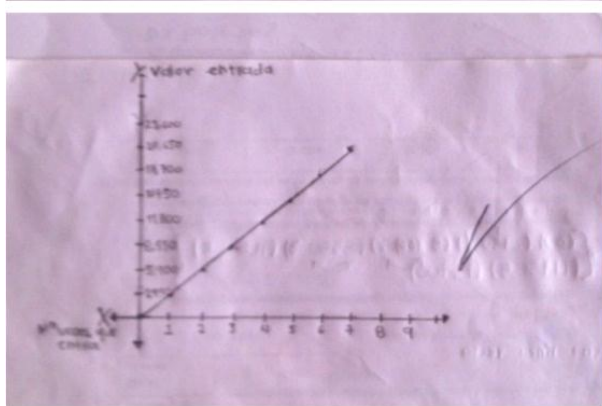
4. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?
 Las magnitudes importantes son el valor de una sola entrada (2950) y el número de veces que se va a asistir. (V)

5. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada en la tabla?
 La magnitud constante es el valor de una sola entrada ya que por cada entrada siempre pagará 2950.

6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según la tabla?
 La magnitud que varía es el número de veces que la persona va al gimnasio o cuántas veces se va a asistir.

7. ¿El precio depende de las entradas al gimnasio o las entradas al gimnasio dependen del precio? Explique.
 La magnitud dependiente es el precio de una entrada ya que se multiplica por el número de veces que se va a asistir.

8. A la magnitud que depende de otra se le conoce como variable dependiente, esta variable se grafica en el eje Y y la variable independiente se grafica en el eje X, de acuerdo a esto ¿Cuál magnitud graficamos en el eje x y cuál en el eje y?
 Valor de una entrada: eje Y
 No de entradas: eje X



12. Escriba todas las operaciones y calcule el valor de:

a. 12 entradas al gimnasio $2950 \times 12 = 35.400$

b. 16 entradas al gimnasio $2950 \times 16 = 47.200$

c. 20 entradas al gimnasio $2950 \times 20 = 59.000$

13. ¿Existe alguna expresión matemática que permita calcular el precio para cualquier cantidad de días? En caso de existir, escríbela nombrando sus variables previamente.

Sea V el valor de la entrada
 Sea E las veces de entrada
 Sea P el valor a pagar
 $V \cdot E = P$
 $2950 \cdot (E) = P$

Anexo E. Test final del estudiante Jian Carlos de 9-2.

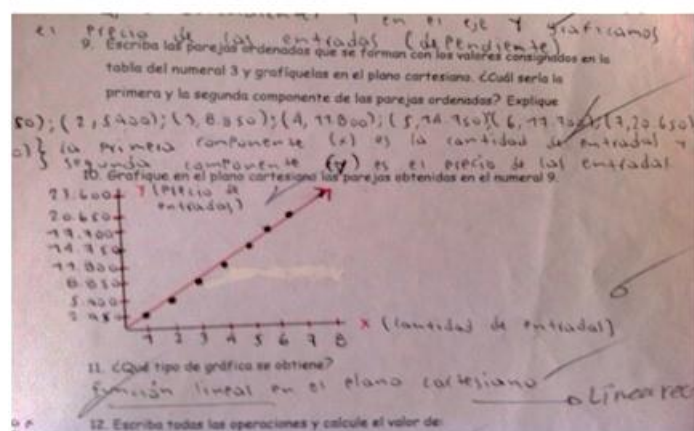
4. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?
 • Precio de la entrada = Precio por entrada
 • Cantidad de entradas
 • Cantidad de entradas por persona

5. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada en la tabla?
 El Precio permanece constante y se multiplica por la cantidad de entradas.

6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según la tabla?
 Varían el Precio y el número de entradas.

7. ¿El precio depende de las entradas al gimnasio o las entradas al gimnasio dependen del precio? Explique: El Precio depende de las entradas al gimnasio ya que entre más entradas, mayor es el Precio y entre menos entradas, menor es el Precio.

8. A la magnitud que depende de otra se le conoce como variable dependiente, esta variable se grafica en el eje Y y la variable independiente se grafica en



12. Escribe todas las operaciones y calcule el valor de:

a. 12 entradas al gimnasio = 35.400
 b. 16 entradas al gimnasio = 47.700
 c. 20 entradas al gimnasio = 59.000

13. ¿Existe alguna expresión matemática que permita calcular el precio para cualquier número de entradas? En caso de existir, escríbela nombrando sus variables previamente.
 Sea x el número de entradas
 $29.50 \cdot x = \text{Precio total}$

Anexo F. Test final del estudiante de 9-2 Daniel.

1. ¿Cuánto dinero paga la persona por la tiquetera? *Rz/paga 77.600*

2. ¿De acuerdo con la tiquetera comprada cuál es el valor de una entrada? *Valores 2.950*

3. El usuario desea llenar una tabla y realizar el cálculo hasta para 8 entradas, con el fin de asistir al gimnasio 2 veces a la semana. Registro los valores que hagan falta.

Precio (pesos)	0	2.950	5.900	8.850	11.800	14.750	17.700	20.650	23.500
Número de Entradas	0	1	2	3	4	5	6	7	8

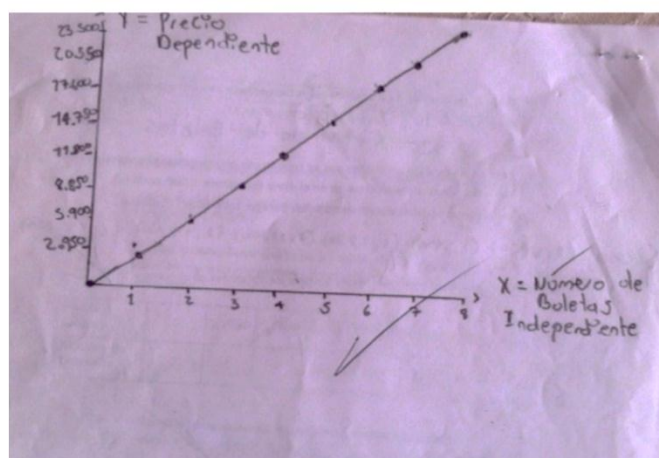
4. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación? *El número de Boletas y qué más?*

5. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada en la tabla? *La información constante son el número de boletas*

6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según la tabla? *El Precio, Dependiente su tarifa y qué más?*

7. ¿El precio depende de las entradas al gimnasio o las entradas al gimnasio dependen del precio? Explique.
Dependiente: Precio
Independiente: Boletas

8. A la magnitud que depende de otra se le conoce como variable dependiente, esta variable se grafica en el eje Y y la variable independiente se grafica en



11. ¿Qué tipo de gráfico se obtiene? *Línea Recta*

12. Escriba todas las operaciones y calcule el valor de:

a. 12 entradas al gimnasio *35.300*

b. 16 entradas al gimnasio *47.400*

c. 20 entradas al gimnasio *59.800*

13. ¿Existe alguna expresión matemática que permita calcular el precio para cualquier número de entradas? En caso de existir, escríbela nombrando sus variables previamente.

b = Boletas

(2.950 x Número de Boletas = Total A Pagar)

No hizo los procedimientos

Anexo G. Secuencia didáctica.

Nombre de la secuencia didáctica: Si tú cambias, yo cambio.

Las funciones nos permiten estudiar fenómenos o situaciones de nuestro entorno para mejorar su comprensión.

El nombre de la secuencia didáctica hace referencia precisamente a la relación de dependencia establecida entre las variables de una función lineal; a medida que se incrementan o disminuyen los valores de la variable independiente, también aumentan o disminuyen los valores de la variable dependiente.

Desempeños esperados:

- ☆ Identifica las variables que intervienen en una situación de variación lineal.
- ☆ Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas.
- ☆ Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables.
- ☆ Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.

Semana uno

Desempeños esperados:

- ☆ Obtener información relevante sobre de buses 041 A de la comuna Aranjuez.
- ☆ Contar el número de veces que se vacían las unidades sanitarias de los hombres y de las mujeres durante el descanso de la jornada de la mañana.
- ☆ Reciclar las tapas plásticas y las botellas PET1 del consumo de agua, té y gaseosa de los estudiantes de la i.e durante el descanso de la jornada de la mañana

Tiempo estimado: 35 minutos diarios (descanso) durante una semana.

En que consiste: Los estudiantes del grado noveno se distribuyen en equipos de 5 personas, uno de los equipos queda de 4 personas en total se forman 6 grupos que se encargarán de recolectar la información inicial en la jornada de la mañana para resolver las preguntas sobre: de buses 041 A de la comuna Aranjuez, el consumo de agua en los baños de las niñas y de los niños de la i.e José Antonio Galán y el reciclaje de botellas PET1 y de las tapas de las bebidas que se consume en una semana durante el descanso.

Materiales:

- Papel y lápiz para toma de datos.
- Bolsas de basura para recolectar las tapas plásticas y las botellas PET1.

Desarrollo propuesto: Para resolver las preguntas relativas a la ruta de buses 041 A de la comuna Aranjuez, los representantes de cada equipo y la docente se desplazan a la terminal de para entrevistar a mínimo 5 conductores y obtener así la información.

Las preguntas orientadoras son:

- a. ¿Cuántos kilómetros recorre un bus de 041 A de la comuna Aranjuez en un viaje de ida y vuelta entre la terminal de los buses y la avenida oriental del centro de Medellín?
- b. ¿Cuántos viajes realiza al día un conductor de 041 A de la comuna Aranjuez?
- c. ¿Cuál es el costo de la gasolina por día laborado?
- d. ¿En cuál bomba de gasolina tanquean? ¿Les ofrecen algún descuento?

Para hacer la medición del consumo de agua en los baños, van diariamente dos estudiantes al baño de las mujeres y dos al baño de los hombres, registran cuando una persona vacía el baño.

De igual modo cada día dos representantes de cada equipo se disponen para reciclar por una semana las botellas de gaseosa, de agua y te, que se generen durante el descanso y luego las venderán en una cooperativa de reciclaje.

Es de anotar que la docente acompaña la zona de los baños para animar a los estudiantes y estará presente en la venta del reciclaje para verificar que los estudiantes cumplan con los compromisos adquiridos.

Semana 2

Desempeños esperados:

- Tabular por equipos la información obtenida en la recolección de datos.
 - Encontrar la media aritmética de los datos obtenidos a través de las tres situaciones: reciclaje de tapas plásticas y botellas PET1, vaciado de las unidades sanitarias de los baños de las mujeres y de los hombres y la información obtenida de los buses **041A** de la comuna Aranjuez.
 - Aplicar las situaciones de intervención en el aula a partir de la información del contexto real de los estudiantes.
- Resolver las preguntas asociadas a cada situación.

Materiales:

- Papel y lápiz para toma de datos.
- Calculadora y/o celular.
- Botellas PET1 de diferente tamaño para la medición de agua de uno de los tanques de las unidades sanitarias.

Sesión uno

Tiempo estimado: 2 horas.

Para plantear las situaciones de intervención en el aula sobre asuntos del mundo real, se procede así:

Se entrega fotocopia a cada equipo de las hojas en las que durante la semana anterior tomaron los datos sobre las tres situaciones planteadas.

Dos equipos trabajan con los datos de buses 041 A, dos grupos en la medición del consumo de

agua en los baños de las niñas y de los niños, y por último dos equipos trabajan en la recolección de las tapas plásticas y de las botellas PET1.

En un primer momento cada equipo debe coordinar con sus integrantes la manera en la cual presentarán los datos.

En un segundo momento responderán una serie de preguntas orientadoras planteadas por la docente con el fin de que los estudiantes empleen la información obtenida. Los equipos que abordaron la situación sobre el consumo de agua en los baños de las niñas y de los hombres, responderán:

¿Cuántos litros de agua se consumen al vaciar los baños de las niñas y de los niños durante el descanso?

¿A cuántos metros cúbicos de agua equivale este consumo?

Para esto se dirigirán a los baños y medirán con botellas PET1 de diferente capacidad la cantidad de agua de uno de los tanques de las unidades sanitarias, luego harán el cálculo correspondiente para responder las preguntas a y b. Los equipos encargados del reciclaje de las botellas PET1 y de las tapas plásticas, resolverán las preguntas:

- a. ¿Cuántas botellas PET 1 y cuántas tapas se reciclan en promedio diariamente?
- b. ¿Cuántos kilos de botellas PET 1 y tapas se reciclan en promedio semanalmente en la institución?
- c. ¿Cuánto vale un kilo de reciclaje de botellas PET1 y de tapas plásticas?
- d. ¿Cuánto dinero puede ingresar a la institución como producto del reciclaje semanal de las botellas PET1 y de las tapas plásticas?

En un tercer momento se les invita a todos los equipos para que con base en la información que tienen completen un enunciado sobre las situaciones de intervención redactadas por la docente y posteriormente en la siguiente sesión resuelvan los cuestionamientos al respecto.

Sesión dos.

Tiempo estimado: 3 horas.

La docente presenta la redacción de las tres situaciones de intervención. Una herramienta de ayuda para que los estudiantes resuelvan las situaciones de su entorno y puedan modelarlas teniendo como base el ciclo de modelación de Blum y Borroneo; es importante tener en cuenta que el estudiante no tiene que seguirlos en un orden estricto, ni de manera lineal, pero le servirán como guía durante su trabajo.

1. Comprensión de la tarea.

- Leer la prueba con precisión e imaginar la situación claramente
- Hacer un boceto.

2. Establecimiento del modelo (en esta fase están fusionados los 2 y 3 del ciclo anterior)

-Busque los datos que necesita: si es necesario, haga suposiciones

-Buscar relaciones matemáticas

3. Usando matemáticas.

-Utilizar procedimientos apropiados

-Escriba su palabra usando matemáticas.

-Anote su resultado matemático

4. Explicación del resultado (Aquí se incluyen los pasos 5,6 y 7 del ciclo anterior)

-Redondear el resultado y vincular a la tarea.

-Si es necesario volver al paso 1.

-Anote su respuesta final.

Situación de intervención número 1: ruta de los buses 041 A de la comuna Aranjuez (ver anexo H)

Propósito: Analizar el consumo de combustible de los buses de 041 A de la comuna Aranjuez con el fin de que los estudiantes modelen la situación por medio de una función lineal vinculando así las matemáticas con su vida cotidiana.

Esta situación requiere que el estudiante:

1. Comprenda la situación

2. Seleccione la información relevante

3. Calcule cuántos galones consume al día, para lo cual es necesario que sepa el costo de un sólo galón.

4. A partir de allí calcule el número de galones que consume a la semana. 5. Identifique las cantidades que permanecen constantes y las que varían.

6. Tabule los datos y los grafique en el plano cartesiano, posteriormente los grafique en minimat

7. Haga predicciones con ayuda del software minimat frente al consumo de gasolina y el número de días.

Situación de intervención número 2: El consumo de agua en los baños (ver anexo I)

Propósito: Determinar el promedio de agua empleada al vaciar los tanques de las unidades sanitarias de los baños de las niñas y los niños de la jornada de la mañana de la i.e José Antonio Galán.

Situación de intervención número 3: El reciclaje de botellas PET1 y tapas (ver anexo J)

Propósito: Reciclar las botellas plásticas de gaseosa, te y de agua que se consumen en la jornada de la mañana en la i.e José Antonio Galán con el fin de determinar una función que modele la situación.

Sesión 3: Software matemático Minimat.

Desempeños esperados:

-Utiliza el software minimat para modelar gráficamente una función lineal. Tiempo estimado: 2 horas Recursos: Sala de internet y video beam.

En esta sesión los estudiantes descargan temporalmente el laboratorio de matemáticas Minimat. La docente explicará cómo emplear la opción tabla y la opción poligonal a partir de un ejemplo de una función, haciendo uso de los diferentes comandos que ofrece el programa, para cambiar color, rotular, deshacer, ejes, entre otros. Posteriormente los discentes ingresan los datos obtenidos en la situación que les ha sido asignada y de este modo modelan la gráfica de la función.

Semana tres:

Desempeños esperados:

- Resuelve situaciones asociadas a la función lineal.
- Identifica las variables que intervienen en una situación de variación lineal.
- Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas.
- Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables.
- Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.

Materiales: Guía de situaciones sobre la función lineal.

Sesión uno

Tiempo estimado: 2 horas.

En que consiste: Los estudiantes distribuidos en parejas resuelven situaciones que varían de manera lineal.

Las situaciones que resuelven los estudiantes se desprenden de las tres situaciones que dieron origen a la secuencia didáctica, en estas se contempla una serie de datos reales que no se habían abordado. Dentro de los datos recolectados en las entrevistas con los conductores de las rutas se conoció que por cada pasajero transportado el conductor recibía \$ 270, este hecho se tuvo en cuenta para formular la siguiente situación (Ver figura 1) a cada pareja se le entregó una guía como la siguiente que variaba porque cada pareja asumía un número diferente de personas transportadas durante el día.

Figura 1 Situación abordada por los estudiantes durante la intervención.

El salario de un conductor de la ruta de los buses 041A

El salario de un conductor de la ruta de los buses 041A de la comuna Aranjuez es calculado de acuerdo al número de pasajeros transportados durante el día. Por cada pasaje cancelado el conductor recibe \$ _____. Si diariamente moviliza aproximadamente a _____ pasajeros. ¿Cuál es el salario que devenga el conductor semanalmente?

Responde las siguientes preguntas:

Para la situación de ampliación de la ruta de buses 041A(Ver figura 2), las parejas tenían que completar algunos datos y tener en cuenta que el número de viajes que realiza un conductor al día son mínimo 8 y máximo 9, lo que implica que habían dos posibles respuesta para el planteamiento.

Figura 2 Situación de ampliación de la ruta de buses 041 A.

La ruta de buses 041 amplía su recorrido

El pasado _____ de _____. La ruta 041 amplió su cobertura, "la secretaría de Movilidad de Medellín y el Área Metropolitana aprobaron la ampliación del recorrido por solicitud de la comunidad y se contó con el apoyo de los empresarios prestadores del servicio en la zona" (Alcaldía de Medellín, 2017). El nuevo recorrido de la ruta cubre el tramo palos verdes - parque Villa de Guadalupe.

De acuerdo con la alcaldía de Medellín en su primer día de recorrido la ruta movilizó aproximadamente a 12.500 personas. Las empresas prestadoras del servicio son Combuses y Transportes Aranjuez Santa Cruz, estas empresas tienen 34 buses al servicio de la comunidad, los cuales operan desde las 3:35 am hasta las 10:30 de la noche, con una frecuencia de paso de un bus cada 4 minutos. Si en promedio los conductores realizan _____ viajes al día.

¿Aproximadamente Cuántos pasajeros son transportados en cada viaje?

Sesión dos

Tiempo estimado: 2 horas

En que consiste: Se proyecta en el video beam una situación sobre modelación de la función lineal relacionada con la carrera profesional de ciclismo 2.1 que se realizará en Colombia en el año 2018, cada uno de los estudiantes tendrá la guía para resolverla paso a paso a medida que la docente los interroga para determinar cuáles son las repuestas correctas. Aunque la situación posee información real, la velocidad de Nairo es un valor aproximado.

El propósito es que los estudiantes aclaren dudas sobre los pasos del ciclo de la modelación para

resolver una situación de variación lineal.


Materiales: Guía sobre la carrera profesional de ciclismo 2.1 Colombia oro y paz.

En la siguiente gráfica se observa el encabezado de la situación.

Figura 3 Situación de la secuencia didáctica sobre Colombia oro y paz.

COLOMBIA ORO Y PAZ

Colombia tendrá carrera profesional de ciclismo 2. 1 (varias etapas), la cual se realizará entre el 6 y el 11 de febrero de 2018, recorrerá los departamentos de Cauca, Valle del Cauca, Risaralda, Quindío y Caldas. En esta competencia participarán los mejores ciclistas a nivel mundial. Por esta razón Nairo Quintana está entrenando para superar su propia marca, ha decidido encontrarse con su entrenador en su pueblo natal Cóbbita (Boyacá), quién le llevará un registro de la distancia recorrida en kilómetros con respecto al punto de partida. Su entrenador manifiesta que Nairo a los 30 minutos se encuentra a 16 km con respecto al punto de partida, a los 60 minutos se encuentra a 32 km del punto de partida, a los 90 minutos se encuentra a 48 km con respecto al origen y a los 120 minutos se encuentra a 64 km de distancia.



Fuente: imágenes de Google

Sesión tres

Tiempo estimado: 2 horas

En que consiste: clase magistral para definir el concepto de función, de función lineal, variable dependiente e independiente, pendiente de una recta, además para insistir en las diversas formas de representar una función y se resolver algunos ejercicios típicos en los que se grafican funciones lineales en el cuaderno y a su vez se graficar algunas en la calculadora Minimat.

Se explican los conceptos retomando las situaciones planteadas en las sesiones anteriores, se hace énfasis en porque dichas situaciones representan una función, se indica cual es la variable

dependiente y la independiente se realizan algunas gráficas y los estudiantes encuentran la función que relaciona algunas magnitudes presentadas.

Semana cuatro:

Desempeños esperados:

- Emplea las zonas de edición función, intervalo, deci, paso y rango para modelar gráficamente una función en la calculadora Minimat.
- Modela situaciones asociadas a la función lineal.
- Identifica las variables que intervienen en una situación de variación lineal.
- Nombra las variables que intervienen en una situación de variación lineal y establece las relaciones de dependencia entre estas.
- Realiza tablas de valores de acuerdo al cambio y a la dependencia de las variables.
- Traduce expresiones del lenguaje común al gráfico o al simbólico y viceversa.

Materiales: Guía de situaciones sobre la función lineal.

Sesión uno

Tiempo estimado: 2 horas.

En que consiste: Los estudiantes eligen una de las funciones correspondientes a las situaciones resueltas en sesiones anteriores para graficar con las zonas de edición de Minimat: función, intervalo, deci, paso y rango de manera simultánea la docente explica el uso de estas zonas a partir de un ejemplo cualquiera.

Sesión dos

Tiempo estimado: 2 horas.

En que consiste: Para terminar la intervención en el aula, los estudiantes presentan un test final que se estructura de manera similar a las situaciones antes estudiadas. (Ver anexo B)

Actividades de Aprendizaje Autónomo.

En esta sesión los estudiantes ingresan a las direcciones indicadas para resolver tests evaluativos que le ayudarán a reforzar los conocimientos adquiridos y a preparar la evaluación posterior.

-ver vídeo sobre la importancia de las funciones y la vida cotidiana. Duración.49.46"

<https://youtu.be/GH5DKqCwSAk>

-Resolver el test sobre el plano cartesiano visitando: http://www.vitutor.com/fun/1/a_1_e.html

-Test sobre función lineal http://www.vitutor.com/fun/1/a_4_e.html

-Realizar las actividades de afianzamiento sobre la función lineal presentadas en Vitutor :

http://www.vitutor.com/fun/2/c_3_e.html

-Resolver las actividades sobre función lineal de la página interactiva:

<http://perso.wanadoo.es/amiris/funciones/indicegraficas.html>

Nota: Los estudiantes deben tomar un pantallazo a la solución de la actividad en caso de que la docente no pueda realizar la actividad en el aula de sistemas de la Institución, con el fin de calificar la actividad.

-Inventar algunas situaciones problema sobre variación lineal, puede ser una historia, un cuento, especificando variables, parejas ordenadas, tablas de valores, realizar dibujos y todo lo correspondiente, se elegirán los mejores trabajos para socializarlos.

Anexo H. Situación de intervención 1: La ruta de buses 041A de la comuna Aranjuez.

El bus de la ruta **041 A** de la comuna 4 Aranjuez ubicada en la zona nororiental de la ciudad de Medellín en su recorrido de ida y vuelta entre la terminal de buses y la avenida oriental recorre una longitud de 14, _____ km, a su paso transita por diferentes sitios de interés para la ciudad como lo son: el parque norte, ruta n, parque de Aranjuez, jardín botánico, museo cementerio San Pedro, casa museo Pedro Nel Gómez, planetario de Medellín, parque de los deseos, ciudad universitaria, universidad de Antioquia, parque explora y centro de desarrollo cultural de Moravia. Al preguntar a varios conductores de en mención sobre el número de viajes que realiza al día aseguran que en total hacen _____ viajes y que el costo de la gasolina diaria para esta labor es de _____ pesos. Este valor es un promedio porque el costo depende del modelo del vehículo, los más nuevos consumen menos gasolina. ¿Cuántos galones de gasolina consume en promedio el bus semanalmente?

Figura Bus de la ruta 041 A de la comuna Aranjuez.



Imagen tomada de https://farm8.staticflickr.com/7325/16486170236_66cfedc9c5_b.jpg

Responda las siguientes preguntas con base en la información suministrada en la situación anterior:

1. ¿Cuántos galones de gasolina consume el bus durante 30 días?
2. Realiza una tabla en donde muestres el consumo de gasolina durante 10 meses.

Consumo de Gasolina (galón)	0										
Meses transcurridos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

3. Escriba las parejas ordenadas que se forman con los valores consignados en la tabla anterior y gráfiquelas en el plano cartesiano. ¿Cuál sería la primera y la segunda componente de las parejas ordenadas? ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?
4. ¿Cuántos galones de gasolina consume el bus anualmente?
5. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?
6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada?
7. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según el planteamiento?
8. ¿Existe alguna expresión matemática que permita realizar el cálculo del consumo de galones de gasolina para cualquier cantidad de días? En caso de existir, escríbela nombrando sus variables previamente.
9. Ingresa los datos de la tabla del numeral 2 y gráficelos en el software minimat. Toma una foto de la gráfica y adjúntala a la solución, nombrando los respectivos ejes.
10. Grafica en minimat el consumo de gasolina para un periodo de tiempo igual a un año. Toma una foto de la gráfica y adjúntala a la solución.
11. Grafique en minimat el consumo de gasolina durante los próximos 20 años. ¿Qué magnitud se supone que debe permanecer constante? ¿Qué magnitud varía? . Toma una foto de la gráfica y adjúntala a la solución, nombrando los respectivos ejes.

(En esta situación esta situación se puede plantear preguntas respecto al número de pasajeros y el costo del pasaje o al consumo de galones de gasolina por kilómetro recorrido.)

Anexo I. Situación de intervención número 2: El consumo de agua en los baños.

Propósito: Determinar el promedio de agua empleada al vaciar los tanques de las unidades sanitarias de los baños de las niñas y los niños de la jornada de la mañana de la i.e José Antonio Galán.

Enunciado:

Preocupados por el alto consumo de agua en los baños de la Institución Educativa José Antonio Galán ubicada en el barrio la Salle de Medellín, un grupo de estudiantes del grado 9-1, se ha propuesto medir el consumo de agua al vaciar las unidades sanitarias de los baños de los hombres y de las mujeres en el descanso de la jornada de la mañana durante una semana. A partir de la medición, establecen que cada uno de los tanques tiene una capacidad de ____ litros de agua y que en promedio durante la semana se consume _____ litros aproximadamente. De acuerdo a lo anterior ¿cuál es el costo mensual para la Institución Educativa José Antonio Galán del consumo de agua en los baños de los estudiantes durante el descanso?

Figura Situación consumo de agua en los baños.



Imágenes tomadas de: <http://www.marcusruthenplumbing.com/water-recycling-400.jpg>
<http://images5.fanpop.com/image/photos/26700000/Recycle-environmentalists-26764657-231-218.jpg>

1. ¿Cuál es la información relevante para resolver la pregunta planteada en la situación?, ¿En el planteamiento está toda la información que se requiere? explique
2. ¿Cuánto dinero cancela la Institución Educativa José Antonio Galán en dos meses por el sólo consumo de agua en los baños?
3. Realice una tabla de valores en la cual esté registrado el consumo de agua mes a mes durante un año escolar y su respectivo costo. Tenga en cuenta el receso escolar de semana santa, las vacaciones de junio y de octubre.

Consumo de agua (mensual)	0										
Meses transcurridos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Escriba las parejas ordenadas que se forman con los valores consignados en la tabla anterior y grafíquelas en el plano cartesiano. ¿Cuál sería la primera y segunda componente de las parejas ordenadas? ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?
5. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?
6. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada?
7. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según el planteamiento?
8. ¿Cuál sería el costo del consumo de agua durante 6 años?
9. ¿Existe una expresión que permita calcular el consumo de agua para cualquier tiempo dado en meses?
En caso de existir, escríbela nombrando sus variables previamente.
10. Grafique en minimat el consumo de agua durante los próximos 50 años, ¿Qué valores permanecen constantes y cuáles varían? Explique. Realiza un recorte de la gráfica y adjúntala a la solución, nombrando los respectivos ejes.
11. ¿Qué solución plantea para reducir el costo de consumo de agua en los baños?

Explique detalladamente como se implementaría dicha solución.

Anexo J. Situación de intervención número 3: El reciclaje de botellas PET1 y tapas.

Propósito: Reciclar las botellas plásticas de gaseosa, te y de agua que se consumen en la jornada de la mañana en la i.e José Antonio Galán con el fin de determinar una función que modele la situación.

En la Institución Educativa José Antonio Galán ubicada en el barrio la Salle de Medellín no existe un manejo adecuado de las basuras, no hay una conciencia frente a la importancia del reciclaje y la incidencia de este en el desarrollo sostenible de nuestro planeta, pensando en mejorar la situación un grupo de estudiantes de noveno uno se propuso reciclar diariamente durante una semana las botellas de agua, gaseosa y te, producto de las bebidas que consumen durante el descanso al igual que las tapas de las mismas. La recolección de datos arrojó que en promedio se recogen semanalmente _____ botellas PET1 y _____ tapas plásticas.

Las botellas son fabricadas con un tipo de plástico denominado **PET 1** (polietileno Tereftalato, el número indica el código de la resina empleada), y las tapas, están hechas de polietileno de alta densidad y un código de resina **2 HDPE 2**, estos materiales no son biodegradables razón por la cual afectan negativamente a nuestro planeta, al reciclarlos se pueden procesar para ser empleados en la fabricación de otros productos.

Durante la semana se recolectaron en total _____ kilos de botellas y tapas. Por este reciclaje se recibió un valor de \$ _____ pesos.

¿Cuál es el ingreso recibido durante un mes por el reciclaje de botellas?

Figura Situación Reciclaje de botellas PET 1 y tapas.



Imágenes tomadas de: <http://www.clipartmasters.com/clip-arts/1337/-predisentildeadas-clip-arts-gt-reciclaje-de-botellas-bin-y-art-1337794.jpg>. <http://images5.fanpop.com/image/photos/26700000/Recycle-environmentalists-26764657-231-218.jpg>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la información relevante para resolver la pregunta planteada en la situación?, ¿En el planteamiento está toda la información que se requiere? explique
2. ¿Cuál es el ingreso recibido semana a semana durante dos meses por el reciclaje de botellas?

Ingreso (pesos)	0								
Nº de semanas	0	1	2	3	4	5	6	7	8

3. Escriba las parejas ordenadas que se forman con los valores consignados en la tabla anterior y gráfíquelas en el plano cartesiano. ¿Cuál sería la primera y la segunda componente de cada pareja?
4. Grafique en el plano cartesiano las parejas obtenidas en el numeral 3. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?
5. Elabora un registro del ingreso obtenido mes a mes durante el año escolar a través del reciclaje de botellas. Tenga en cuenta el receso escolar de semana santa, las vacaciones de junio y de octubre.
6. Grafique el ingreso obtenido por el reciclaje de botellas durante 120 semanas, emplee el software minimat. Realiza un recorte de la gráfica y adjúntala a la solución, nombrando los respectivos ejes.
7. ¿Cuáles son las magnitudes importantes en esta situación?
8. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes permanecen constantes de acuerdo con la información brindada?
9. ¿Cuál o cuáles de estas magnitudes varían según el planteamiento?
10. ¿Existe alguna expresión que permita establecer el ingreso generado al reciclar las botellas para cualquier número de semanas? En caso afirmativo escriba la expresión nombrando las variables.
11. ¿Cuáles son las ventajas que encuentras al reciclar las botellas PET1? Explique
12. Plantee una alternativa de solución para ahorrar agua y dinero por el vaciado de agua en los baños.

(Los estudiantes como apoyo complementario para las situaciones 2 y 3 pueden elaborar algunos avisos y carteleros como campaña para el buen manejo del agua y del reciclaje en la Institución)

